6

Laudate Deum omnes gentes, laudate eum omnes pöpuli

NVOVA ALGEBRA PROPORTIONALE,

Doue si mostra la inuentione della Radice cuba di molti binomij, quali gl'Illustri Scrittori teneuano non potere essere cubi,

Et anco delli Trinomij con molte considerationi intorno à simili quantità.

DI PIETRO ANTONIO CATALDI.

ALL'ILLVSTRISSIMO
SENATO DI BOLOGNA.

IN BOLOGNA, M. DC. XIX.
Appresso Sebastiano Bonomi.

Con Licenza de' Superiori.

Laudate Dominum omnes gentes, laudate eum omnes.

ALGEBRA

Deus fi molas [illegible]
In Sermon. [illegible]

DI PIETRO ANTONIO [illegible]

A SENATO DI BOLOGNA

IN BOLOGNA, M DC [illegible]

Digitized by Google

Illuſtriſs. Signori, & Padroni colendiſs.

L'ALGEBRA è dottrina dalla quale gl'intelletti eſercitati nelli numeri,& linee poſſono di cõtinuo eſtraherſi maraui glioſe inuentioni,& applicabili alle occorrenze neceſſarie, & comode,onde in queſt'opera moſtrandoſi come ſi troui la radice cuba di molti binomij quali da gl'Illuſtri Scrittori ſi teneua non potere eſſere cubi, & anco d'alcuni Trinomij con altre conſiderationi in ſimili quantità; io ſotto la protettione di queſto Illuſtriſs.Senato benigniſſimo fautore,& benefattore de' letterati,& dotti,& al quale io deuo quanto da me può deriuare, la vengo à ponere in luce per ampliare queſta Dottrina, come ſpero anco di fare con altre opere già compoſte, & che andarò componendo,mentre piacerà à N.S.Dio concedermene gratia; & pregando Sua Diuina Maeſtà ad accreſcere di continuo le SS.VV.Illuſtriſs. di felicità.

Di VV. SS. Illuſtriſs;

Humiliſsimo Seruitore

Pietro Antonio Cataldi.

Tauola delle cose principali contenute in questa Opera.

Come si conosca il binomio $7\frac{1}{2}$ più rad. $32\frac{1}{4}$ essere cubo non ostante, che la differenza $4\frac{1}{6}$ de' quadrati delle due sue parti non sia numero cubo, & come si troui la sua radice cuba. — a fac. 17

Modo particolare di trouare la radice cuba d'elli numeri grandi. 19

Regola di trouare la differenza de' cubi di due quantità. 21

Inuentione della radice cuba delli Trinomij cubi. 28

Dimostratione della conuenienza particolare, che hà il binomio cubo con la sua radice cuba. 39

Come si troui la radice cuba d'alcuni quadrinomij cubi. 42

Come si trouino due quantità tali, che il prodotto loro sia eguale al quadrato della differenza loro, & che la somma de' quadrati loro sia un numero dato, con la regola numerale, & lineale di simili quesiti. 48

Esempio del partire per un Trinomio. 50

LAVS DEO.

Virtutem poſuere Dei ſudore paranda.

CONTINVATIONE DELL'ALGEBRA PROPORTIONALE;

Doue oltre il dichiararſi i due vltimi Problemi del ſecondo Libro dell'ingegnoſſima Opera de' Zetetici, del dottiſſimo Signor Franceſco Vieteo Mathematico Eccellentiſſimo, ſi moſtrano molte ſottili, & marauigliose inuentioni.

Dato il prodotto, che naſce à moltiplicare la differenza di due quantità nella differenza de' due quadrati loro, & anco il prodotto, che naſce à moltiplicare la ſomma delle due quantità nella ſomma de' dui quadrati loro, trouare eſſe due quantità.

Sia il primo prodotto B. 32. & il ſecondo D. 272. Ponaſi la ſomma de' lati eſſere A. 1. + ; che $\frac{B.\ 32.}{A\ 1.co.}$ ſarà il quad. della differenza delle due quantità, & $\frac{D.272.}{A\ 1.co.}$ ſarà A 1. co. la ſomma de' quadrati d'eſſe due quantità (*che ſe D. 272. naſce a moltiplicare la ſomma delle due quantità, nella ſomma de' dui quadrati loro, è neceſſario, che a partire eſſo D. per vno de' due moltiplicanti, cioè per la ſomma A. delle due quantità, ne venga l'altro d'eſſi dui moltiplicanti, cioè la ſomma de' quad. d'eſſe due quantità. Et ſe il B 32. naſce a moltiplicare la differenza delle due quantità, nella differenza de' dui quadrati loro, ne ſegue ſimilmente, che a partire eſſo B. 32. per la ſomma A. delle due quantità, ne venga il quadrato della differenza delle medeſme due quantità (perche di due quantità poniamo 3. & 11. la differenza 112. de' loro quadrati 9. & 121. ſi troua moltiplicando la ſomma loro 14. via la differenza loro 8. Onde moltiplicando eſſo 112. differenza de' quadrati (prodotto da 8. & 14.) via 8. differenza de' lati, che fa 896. queſto vicne ad eſſere prodotto da 8. 8. & 14. cioè dal dutto della differenza nella differenza, moltiplicato nella ſomma d'eſſe quantità 3. & 11. ma il dutto della differenza 8. nella iſteſſa differenza 8. è il quadrato d'eſſa differenza, cioè è 64. però l'896. naſce dal dutto del quadrato della differenza delle due quantità, nella ſomma delle medeſme due quãtità, perilche eſſo 896. (che anco è fatto dalla differenza 8. delle due quantità nella differenza 112. de' quadrati loro) partendoſi per l'vno di queſti producenti, ò moltiplicanti, cioè per la ſomma 14. delle due quantità, l'auenimento douerà eſſere l'altro moltiplicante, cioè il quad. 64. della differenza delle due quantità. Onde è chiaro, che il dutto della differenza 8. delle due quantità, nella differenza 112. de' quadrati loro, partito per la ſomma 14. d'eſſe due quantità, l'auenimento (64. è il quadrato della differenza 8. delle due quantità.) Ma il doppio della ſomma de' quad. delle due quantità, manco ò meno il quadrato della differenza d'eſſe due quantità fa tanto, ò vogliamo dire è tanto quanto il quadrato della ſomma delle due quantità (perche eſſendoſi moſtrato nella quinta operatione a faccia 56. che il quad. della ſomma di due quantità con il quad. della differenza delle iſteſſe due quantità, ſono eguali al doppio della ſomma de' quadrati delle medeſme due quantità, ne ſegue, che da ciaſcuna banda leuandoſi il quadrato della differenza delle due quantità, all'hora il ſolo quad. della ſomma delle due quantità, ſarà eguale al doppio della ſomma de' quadrati, manco il quadrato della differenza delle due quantità) perilche il prodotto D. 272. due volte, partito per A 1. co. mãco il prodotto B. 32. partito per l'1. co. faria eguale al quadrato di A. 1. co. cioè ad 1. ce. (ò vogliamo dire $\frac{\text{D. due volte manco B.}}{\text{A.}}$ cioè $\frac{544.\text{m}\tilde{\text{u}}\ 32.}{1.\text{co.}}$ eh'è $\frac{512.}{1.\text{co.}}$ *ſarà eguale al quad. di A. 1 +* A *cioè ad 1. ce.*) A. onde per leuare il rotto moltiplicando ciaſcuna parte, ò quãtità

tità per il denominatore, ò partitore comune A 1. è somma delle due quantità che si cercano; haueremo il doppio di D. manco il B. Eguale al cubo di A. somma delle due quantità cercate, cioè haueremo il doppio di D manco B. Eguale ad 1. 4. Onde si vede, che il doppio del prodotto dalla somma delle due quantità, nella somma de' quadrati d'esse due quantità, cauatone il prodotto della differenza delle due quantità, nella differenza de' quadrati loro è Eguale al cubo della somma delle due quantità. Però essendo D. 272. dal suo doppio 544. cauando il B. 32. il restante 512. sarà il cubo di A. somma delle due quantità, però la ℞ cuba di 512. cioè 8. sarà la somma delle due quantità. Dati dunque li prodotti B. 32. & D. 272. si trouano le due quantità. Perchè douendo essere 8. la somma delle due quantità, & D. 272. il prodotto d'essa somma 8. nella somma de' quadrati delle due quantità, si vede che a partire questo 272. B. per 8. somma delle due quantità, l'auenimento 34. deue essere la somma de' quadrati delle due quantità. Et hora sapendo la somma delle due quantità essere 8. & la somma de' dui quadrati loro essere 34. si trouariano le due quantità nel modo mostrato nella sesta Operatione. Cioè dal doppio della somma de' quadrati delle due quantità, cioè dal doppio di 34. ch'è 68. si caui il quadrato della somma delle due quantità, cioè il quad. d'8. ch'è 64. & il restante 4. è il quad. della differenza delle due quantità, onde presa la ℞ di 4. ch'è 2. questo 2. è la differenza delle due quantità, che cauata da 8. somma, la mità del restante 6. cioè 3. sarà la quãtità minore, & però 5. sarà la maggiore, ouero essendo 8. la somma delle due quantità con esso 8. partendo B 32. l'auenimento 4. dene essereò vogliamo dire è il quad. della differẽza delle due quantità (*come si è mostrato nel discorso superiore*) però essa differẽza è la ℞ di 4. cioè 2. onde le quãtità sono 4. (*mità di 8. somma loro*) m, la mità di 2. differenza loro, la minore cioè 3. & la maggiore 4. p̃ 1. cioè 5.

Dalle cose dette si può deriuare, ò estrahere la seguente Regola nelli quesiti simili.

Dato il prodotto (*& chiamisi B*) che nasce a moltiplicare la differenza di due quantità, nella differẽza de' dui quadrati loro. Et anco il prodotto (*& chiamisi D*) che nasce a moltiplicare la somma delle due quantità, nella somma de' dui quadrati loro; Per trouare quanto sia ciascuna delle due quantità.

Dal doppio di D. si caui B. & del restante A. si pigli la ℞ cuba, & sia C (*qual C è sempre la somma delle due quantità*) *con esso C. si parta D. & sia l'auenimento A* (*quale A è sempre la somma de' quadrati delle due quantità*) *dal doppio di questo A. si caui il quadrato di C, & sia il restãte R. quale R è sempre il quad. della differenza delle due quantità.*) Questo R. si saria anco trouato subito partendo B. per C. che l'auenimento è l'R; Di questo R. si pigli la ℞ quadra, & sia S. quale S. sarà la differenza delle due quantità, essendo C. la somma loro, perilche la mità di S. si giunga, & caui alla mità di C, che li dui resultanti saranno le due quantità cercate; Et anco breuemente si potrà dire.

Dal doppio di D. si caui B. & del restante si pigli la ℞ cuba, & sia C. con il quale C. si parta B. & dell'auenimento si pigli la ℞ quadra, & sia S. la mità del quale S. si gionga, & caui alla & dalla mità di C. che i due resultanti saranno le due quantità cercate.

Di qui modo si può anco deriuare la Regola lineale.

Per darne essempio in pratica si potria dire.

Si vogliono fare dui Giardini quadrati tali, che moltiplicando la somma delle due grandezze loro, via la somma di dui suoi lati, facci a punto la grandezza d'vn campo lungo pertiche 17. & largo pertiche 16. Ma moltiplicando la differenza de' dui suoi lati, via la differenza delle loro grandezze, facci a punto la grandezza d'vn campo lungo pertiche 8. & largo pertiche 4. si domanda quanto sarà ciascuno d'essi dui Giardini per lato.

Delli dui campi le grandezze sono 272. & 32. però cõuiene trouare dui numeri tali, che la somma loro moltiplicata via la somma delli dui quad. loro facci 272. Et che la differenza loro moltiplicata via la differenza de' quadrati loro facci 32. Onde come insegna la regola; Dal doppio di 272. maggiore, cauaremo 32. minore, & del restãte 512. pigliaremo la ℞ cuba ch'è 8. (*& questo 8. è la somma de' dui lati de i dui Giardini*) *con il quale 8. si parta 32. & ne viene 4. del quale si pigli la rad. quadra, ch'è 2.* (*& questo 2. è sempre la differenza de i due lati de i due Giardini*) hora la mità di questo 2. si giunga, & caui alla mità del 4. detto, che i dui resultanti 3. & 5. saranno i dui lati de i dui Giardini, però diremo che l vno sarà 3. pertiche per ciascun lato, & l'altro 5. pertiche per ciascun lato, & le loro grandezze saranno pertiche 9. & pertiche 25.

Hor veda lo Studente come applicando i quesiti astratti alle cose materiali, si possa conoscere la bellezza della Scienza, & mostrare che senz'essa saria impossibile a risoluere ancora quesiti Mecanici, che a prima vista non paiono molto difficili.

Si potria anco dire. Sono due Stanze quadrate tali, che fatto vn Pilastro egualmente grosso, la base del quale sia grande quanto il pauimento delle due Stanze insieme, & alto quanto è il com-

compoſto delle due lunghezze d'eſſe Stanze, egli ſi troua contenere canne 272. cubiche, ò corpo-ree di grandezza; Et fatto vn'altro Pilaſtro egualmente groſſo tale, che la ſua baſe ſia quanto è differenza delle due ſuperficie delle due Stanze, & l'altezza ſia quanto è la differenza delle due lunghezze di dette due Stanze, egli è grande canne 32. corporee, ſi domanda la lunghezza di cia ſcuna delle due Stanze.

Et dicendoſi eſſere B. 10. & D. 20. per trouare ciaſcuna delle due quantità. Dal doppio di 20. ch'è 40. ſi caui B. 10. che il reſtante 30. è il cubo della ſomma delle due quantità, perilche eſſa ſom ma ſarà ℞ cuba 30. con la quale ſi patta D. 20. cioè ℞ cuba 8000. dutto della ſomma delle due quantità nella ſomma de' loro quadrati, che l'auenimento ℞ cuba $8\frac{0}{4}0$. ſarà la ſomma de' quadrati delle due quantità. Dal doppio della quale, ch'è ℞ cuba $6\frac{0}{2}0$. ſi caui il quad. della ſom ma delle due quantità, cioè il quad. di ℞ cuba 30. ch'è ℞ cuba 900. & reſti ℞ cuba $2133\frac{1}{4}$. m̃ ℞ cuba 900. cioè ℞ cuba $13\frac{1}{4}$. (*che rad. cuba 900. in rad. cuba $2133\frac{1}{4}$. ch'è rad. cuba $6\frac{0}{2}0$. entra volte rad. cuba $2\frac{1}{7}0$. cioè volte rad. cuba $\frac{6}{2}\frac{0}{7}$. ch'è $\frac{0}{4}$. ò vogliamo dire volte $1\frac{1}{4}$. onde eſſa rad. cuba 900. in quello, che reſta a cauarlo da rad. cuba $2133\frac{1}{4}$. entrara vna volta manco, cioè entrara ſolo volte $\frac{1}{4}$. perilche moltiplicando queſto $\frac{1}{4}$. via rad. cuba 900. cioè rad. cuba $\frac{1}{4}0$. via rad. cuba 900. che ſa rad. cuba $\frac{9}{4}0$. cioè rad. c. $\frac{1}{4}0$. cioè rad. c $33\frac{1}{4}$. queſto ſara il reſtante; ouero per cauare rad. cuba 900. da rad. cuba $2133\frac{1}{4}$. riducendole a forma di rotto di vna iſteſſa denominatione, haueremo rad. c $\frac{2}{4}\frac{7}{4}0$. & rad. c $\frac{2}{4}\frac{1}{4}0$. che per eſſere il 27. & il 64. centenari, numeri cubi, ſi vede ſubito, che rad. c $\frac{1}{4}0$. entra nell'vna rad. c 27. volte, cioè 3. volte, & nell'altra rad. c 64. volte, cioè 4. volte, & però nella differenza loro entrara 1. volta, ſi che 1. volta rad. c. $\frac{1}{4}0$. che ſa pure rad. c. $\frac{1}{4}0$. cioè rad. c. $33\frac{3}{4}$. ſara il reſtante cercato.*) Et queſto è il quadrato della differenza delle due quantità. (*Qual quadrato della differenza delle due quãtità ſi trouaria anco ſubito come s'è detto di ſopra, partendo B. 10. per la ſomma delle due quantità rad. c. 30. che ne viene* $\frac{10.}{0}$ *cioè rad. c* $\frac{1}{0}\frac{0}{0}$. *ch'è rad. c.* $\frac{1}{0}$. *cioè rad. c* $33\frac{1}{4}$.) Eſſa differẽza dunque delle duc ℞ c. 30. quãtità ſarà la ℞ quadra della detta ℞ cuba $33\frac{1}{4}$. (*ò rad. cuba* $\frac{1}{4}0$.) cioè ſarà ℞ quadra cuba $\frac{1}{4}0$. (*ò vogliamo dire rad. quadra cuba* $33\frac{1}{4}$.) però la mità d'eſſa differenza delle due quantità ſarà ℞ quadra cuba $\frac{1}{0}0$. cioè ℞ quadra cuba $\frac{1}{4}\frac{0}{8}$. che giunta, & cauata alla mità della ſomma delle due quantità, cioè alla mità di ℞ cuba 30. ch'è ℞ $3\frac{3}{4}$. ò vogliamo dire ℞ cuba $3\frac{0}{8}$. i dui reſultanti ℞ c. $\frac{3}{8}$. p̃ ℞ quadra cuba $\frac{1}{4}\frac{0}{2}$. Et ℞ cuba $\frac{0}{8}$. m̃ ℞ quadra cuba $\frac{1}{4}\frac{0}{2}$. ò vogliamo dire ℞ cuba $3\frac{3}{4}$. p̃ ℞ quadra cuba $\frac{1}{4}\frac{5}{8}$. Et ℞ cuba $3\frac{3}{4}$. m̃ ℞ quadra cuba $\frac{1}{4}\frac{5}{8}$. ſaranno le due quantità.

(*Et poſto B. 10. eſſendo poi D. 27. per trouare ciaſcuna delle due quantita. Noi pure come inſegna la Regola da 74. doppio di D. cauaremo B. 10. & reſta 64. la rad. cuba del quale cioè 4. è la ſomma delle due quantita con la quale partendo D. 37. l'auenimento $9\frac{1}{4}$. è la ſomma de i quadrati delle due quãtita, dal doppio del quale, cioe da $18\frac{1}{2}$. cauato 16. quad. di 4 ſomma delle due quantita reſta $2\frac{1}{2}$. ch'è il quad della differenza delle due quantita. Qual $2\frac{1}{2}$. anco ſi ſaria trouato ſubito partendo B. 10. per 4. ſomma delle due quantita, che pure ne viene $2\frac{1}{2}$. quad. della differenza d'eſſe due quantita, però la rad. quadra di queſto $2\frac{1}{2}$. cioè rad. $2\frac{1}{4}$. ſara la differenza delle due quantita; eſſendo la ſomma delle medeſime due quantita il 4 trouato di ſopra, onde la mita d'eſſa differenza. cioe rad. $\frac{5}{8}$. gionta, & cauata a 2. mita del 4. ſomma loro, li dui reſultanti 2. p̃ rad. $\frac{5}{8}$. & 2 m̃ rad. $\frac{5}{8}$. ſaranno le due quantita cercate.*

Et ben ſi vede, che i loro quadrati ſono $4\frac{5}{8}$. p̃ rad. 10. & $4\frac{5}{8}$. m̃ rad. 10 la ſomma S. de quali è $9\frac{1}{4}$. Ma la differenza T. de' quali è rad. 40. queſta moltiplicata via la differenza delle due quantita, cioe via rad. $2\frac{1}{2}$. fa rad. 100. cioe 10. ch'è il B. dato come ſi ricerca: Ancora la ſomma S. $9\frac{1}{4}$. moltiplicata via la ſomma delle due quantita, cioe via 4. fa 37. ch'è il medeſmo 37. ch'e il D dato come pure ſi conuiene.)

Le due quantità trouate con B. 10. & D. 20 ſono ℞ cuba $3\frac{3}{4}$. p̃ ℞ quadra cuba $\frac{1}{4}\frac{5}{8}$. Et rad. cuba $3\frac{3}{4}$. m̃ ℞ quadra cuba $\frac{1}{4}\frac{5}{8}$.

La differenza loro è ℞ quadra cuba $\frac{1}{4}\frac{5}{8}$. due volte cioè ℞ quadra cuba $\frac{1}{4}\frac{6}{8}\frac{0}{8}$. cioè ℞ quadra cuba $\frac{1}{4}\frac{0}{4}0$. cioè ℞ quadra cuba $33\frac{1}{4}$.

La ſomma loro è ℞ cuba $3\frac{3}{4}$. due volte cioè ℞ cuba 30.

Il quad. della quantità maggiore ſi compone da ℞ cuba $\frac{2}{1}\frac{2}{6}\frac{5}{6}$. & da ℞ cuba $\frac{1}{4}\frac{5}{8}$. ch'è ℞ cuba $\frac{6}{4}\frac{7}{8}$. p̃ ℞ cuba $\frac{1}{4}\frac{5}{8}$. che il numeratore 25. nel numeratore 675. entra volte 27. & è ℞ cuba, cioè entra volte ℞ cuba 27. ch'è quanto $3\frac{1}{4}$. però giontoli 1. fa 4. & queſto 4. ch'è ℞ cuba 64. moltiplicato via ℞ cuba $\frac{1}{4}\frac{5}{8}$. fa ℞ cuba $\frac{1}{4}\frac{6}{4}\frac{0}{8}$. cioè ℞ cuba $\frac{1}{4}\frac{0}{4}0$. cioè ℞ cuba $33\frac{1}{4}$.

Et di più vi è il doppio del dutto di radice cuba $3\frac{3}{4}$. in radice quadra cuba $\frac{1}{4}\frac{5}{8}$. ò vogliamo dire il dutto di radice cuba 30. in radice quadra cuba $\frac{1}{4}\frac{5}{8}$. Però

Il quad. della quantità maggiore è r.c. $33\frac{1}{4}$. p̃ il dutto di r.c. 30. in r.q.c. $\frac{1}{4}\frac{5}{8}$.

Il quad.della quantità minore è r.c.$33\frac{1}{2}$.m̃ il dutto di r.c.30.in r.q.c. $\frac{3}{4}\frac{5}{8}$.

Onde la ſomma de'dui quad.delle due quantità è r.c.$33\frac{1}{2}$. due volte, cioè r.c. $\frac{8}{1}\frac{0}{0}$. ch'è r c. $266\frac{2}{3}$.quale ſomma de'quad.moltiplicato nella sõma delle due quãtità,ch'è r.c.30. fa r.c.8000. cioè 20.come ſi propone.

La differẽza de'quad.delle dette due quantita è il dutto di r.c.30.in r.q.c $\frac{3}{4}\frac{5}{8}$.due volte,cioè il dutto di r.c. 240. in r.q.c. $\frac{3}{4}\frac{1}{6}$. cioè il dutto di r.q.c. 57600. in r.q.c. $\frac{3}{4}\frac{5}{6}$. cioè il dutto di r.q.c. 1200. in r.q c.25. ch'è r.q.c. 30000. Ilche moltiplicato nella differenza delle due quantita, ch'è r.q.c.$33\frac{1}{3}$.cioè r.q c. $\frac{1}{3}\frac{0}{0}$.fa r.q.c. 1000000.cioè r.c 2000.cioè 10.B. come ſi propone; Perilche ſiamo ſicuri d hauere bene operato, & le due quantita trouate eſſere a punto quelle, che ſi domandauano.

Se vorremo trouare la proportione, che hanno delle due quantita trouate, la maggiore alla minore,cioè r.c.$3\frac{3}{4}$.p̃ r.q.c. $\frac{3}{4}\frac{5}{8}$.a r.c.$3\frac{3}{4}$.m̃ r.q.c. $\frac{3}{4}\frac{5}{8}$.potremo operare coſi.

Delle due parti del Binomio,che deſcriue la q.maggiore,poniamo per comodita, che la parte minore r.q.c. $\frac{3}{4}\frac{5}{8}$. douenti la vnita, cioè 1. & veggaſi, che douentara la parte maggiore r.c.$3\frac{3}{4}$. che percio r ducendola anch'ella a r.q.c.ella ſara r.q.c. $\frac{3}{1}\frac{3}{0}\frac{5}{6}$. cioè *(riduttala per comodita alla denominatione dell'altra)* ſara r.q.c. $\frac{6}{4}\frac{7}{8}\frac{5}{6}$:che in eſſa la rad.q.c. $\frac{3}{4}\frac{5}{8}$. *(cioe r.q.c.25.in r.q.c. 675.)* entra p̃ r.q.c.27.cioè a partire r.q. $\frac{6}{4}\frac{7}{8}\frac{5}{6}$.p̃ r.q.c. $\frac{3}{4}\frac{5}{8}$.ò vogliamo dire *(laſſando il denominatore comune 48.)* a partire r.q.c.625. p̃ r.q.c.25. ne viene r.q.c.27. ch'è r.q 3. onde la parte maggiore del binomio ſara r.q.3. quando la parte minore ſia 1. & però eſſo binomio ſara r.3. p̃ 1. Perilche ſe r.c.$3\frac{3}{4}$.p̃ r.q.c. $\frac{3}{4}\frac{5}{8}$.ſi riducc a r.3.p̃ 1. Il Reſiduo r.c.$3\frac{3}{4}$. m̃ r.q.c. $\frac{3}{4}\frac{5}{8}$. ſi ridurra al reſiduo r.3.m̃ 1. Et coſi dalla quãtita maggiore alla minore,ſara come da r.3.p̃ 1.a r.3.m̃ 1. Et ſe anco vorremo ridurle a proportione, che habbi l'antecedente rationale, potremo moltiplicare l'antecedente r.3. p̃ 1. ch'è binomio per il ſuo reſiduo r.3. m̃ 1. Et anco per l'iſteſſo reſiduo moltiplicare il conſequẽte r.3.m̃ 1. Et ſi ridurranno a 2.& a 4.m̃ r.12. Onde dalla quantita maggiore alla minore, ſara come da 2. a 4 m̃ r.12. Et anco partẽdo per 2.per ridurre l'antecedente all'vnita,haueremo per antecedente 1.& per conſequente 2.m̃ r.3.che moſtrano la proportione ch'è della quantita maggiore alla minore.

Et ſe vorremo rtdurre la parte minore cioè il conſequente ad 1. perche dalla parte minore alla maggiore è come da 2.m̃ r.3. ad 1. moltiplicaremo l'antecedente, ch'è reſiduo per il ſuo binomio 2. p̃ r.3. & fa 4. m̃ 3. cioè 1.per nuouo antecedente, & medeſmamente moltiplicaremo il conſequente 1.per l'iſteſſo binomio 2.p̃ r.3.& fa 2.p̃ r.3. & queſto è il nuouo conſequẽte, perilche ſi dira,che dalla quantita minore alla maggiore è come da 1.a 2. p̃ r.3.

Ma per ridurre la maggiore alla vnita al modo ordinario, & trouare, che douentaria, ò a che ſi ridurria la minore, cioè che coſa habbi da eſſere la parte minore, quando la maggiore ſta 1. ſi dira per la Regola del Tre *(ò vogliamo dire delle 4.quantita proportionali.)*

Per r. c.$3\frac{3}{4}$.p̃ r.q.c. $\frac{3}{4}\frac{5}{8}$. partaſi
via r.c.$3\frac{3}{4}$.m̃ r.q.c. $\frac{3}{4}\frac{5}{8}$.ſuo reſiduo
fa r.c. $\frac{3}{1}\frac{3}{0}\frac{5}{6}$.m̃ r.c. $\frac{3}{4}\frac{5}{6}$.
cioe r.c.$4\frac{1}{6}$. *(eb'e il doppio di r.c. $\frac{3}{4}\frac{5}{8}$.)*
che a cauare r.c. $\frac{3}{4}\frac{5}{8}$.da r.c. $\frac{7}{1}\frac{3}{0}\frac{5}{6}$.cioe da
r.c. $\frac{6}{4}\frac{7}{8}\frac{5}{6}$.a lei tripla, reſta ſolo il doppio
d'eſſa r. c. $\frac{3}{4}\frac{5}{8}$. cioe r. c. $\frac{3}{4}\frac{5}{6}$. ch'e r.c.4. $\frac{1}{6}$.

r.c.$3\frac{3}{4}$.m̃ r.q.c. $\frac{3}{4}\frac{5}{8}$.
via r.c.$3\frac{3}{4}$.m̃ r.q.c. $\frac{3}{4}\frac{5}{8}$.
r.c. $\frac{3}{1}\frac{3}{0}\frac{5}{6}$.p̃ r.c. $\frac{7}{4}\frac{5}{8}$.
ch'e in ſomma r.c. $\frac{1}{4}\frac{6}{8}\frac{0}{0}\frac{0}{8}$. cioc
r.c. $\frac{1}{4}\frac{0}{0}\frac{0}{8}$. cioe r. c. $33\frac{1}{3}$.perche
rad. c. $\frac{3}{4}\frac{5}{8}$. in rad. c. $\frac{7}{1}\frac{3}{0}\frac{5}{6}$. entra volte
rad. c.27. cioe volte 3. però nella ſomma loro entrara 4.volte,onde r.c. $\frac{3}{4}\frac{5}{8}$.via 4.cioe via r.c.64 *(ch'e quãto r.c. $\frac{3}{4}\frac{5}{8}$.via r.c.4.)* & fa r.c.$33\frac{1}{3}$. ſara la ſomma loro. Ancora *(per la ſomma delli prodotti delle due moltiplicationi in croce)* al doppio di r.c.$3\frac{3}{4}$. c r.c.30. cioe r.q.c. 900. quale moltiplicato via m̃ r.q.c. $\frac{3}{4}\frac{5}{8}$. che reſulta, *(ſebiſando per comodita)* l'iſteſſo,ch'e r.q.c. $\frac{3}{1}\frac{3}{0}\frac{5}{6}$.via r.q.c.300.fa r.q.c. $\frac{7}{1}\frac{5}{3}\frac{0}{6}\frac{0}{6}$.cioe r.q.c.468. $\frac{3}{4}$.& è m̃,quale cõ la r.c.$33\frac{1}{3}$. *(ſomma delle altre due moltiplicationi)* fa r.c.$33\frac{1}{3}$.m̃ r.q.c. 468. $\frac{3}{4}$.per il prodotto cercato,quale ſi parte per r.c.4 $\frac{1}{6}$.& ne viene 2.m̃ r.3.

r.c.$4\frac{1}{6}$. | r.c.$33\frac{1}{3}$. m̃ r.q.c.468. $\frac{3}{4}$.
r.c. $\frac{3}{1}\frac{5}{6}$. r.c. $\frac{2}{1}\frac{0}{0}\frac{0}{6}$. m̃ r.q.c. $\frac{1}{1}\frac{6}{3}\frac{8}{6}\frac{7}{6}\frac{5}{6}$.
r.q.c. $\frac{6}{1}\frac{3}{3}\frac{5}{6}$. r.c.8. m̃ r.q.c. 27
cioc 2. m̃ r.q.3.

Se r.c.$3\frac{3}{4}$. p̃ r.q.c. $\frac{3}{4}\frac{5}{8}$.douenta 1. che douentaria r.c.$3\frac{3}{4}$. m̃ r.q.c. $\frac{3}{4}\frac{5}{8}$. Onde moltiplicando la vnita *(ſeconda delle 3.quantita,in queſta regola del 3.)* con la terza,il prodotto ſara la iſteſſa terza,quale ſi partira per la prima ſecondo l'arte, cioc moltiplicãdo il partitore ch'e binomio per il ſuo reſiduo *(acciò ſe ne produca vn partitore ſimplice, cioe non binomio,)* & anco per il medeſmo reſiduo moltiplicando la quantita da partire per ſeruare ſempre la proportione medeſma-

medeſma nelle due quãtità partitore cioe, & da partire) che il partitore douẽtarà r.c.4 $\frac{1}{10}$. (*quãtità ſimplice, cioè d'vn ſol nome*) & la quãtità da partire douẽtarà r.c.33 $\frac{1}{4}$. m̃ r.q.c. 468 $\frac{3}{4}$. Onde hora a partire queſta per il partitore r.c.4 $\frac{1}{10}$. quãto alla r.c.33 $\frac{1}{4}$. ne viene r.c.8. cioè 2. Et quanto alla r.q.c.468 $\frac{3}{4}$. (*eh'è m̃*) ridurremo il partitore r.c.4 $\frac{1}{10}$. a r.q.c. & ſarà r.q.c. $\frac{6}{4}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{5}{10}$. che in r.q.c. 468 $\frac{3}{4}$. cioè in r.q.c. $\frac{1}{1}$ $\frac{8}{0}$ $\frac{7}{4}$ $\frac{5}{10}$. cioè in r.q.c. $\frac{1}{1}$ $\frac{6}{0}$ $\frac{8}{4}$ $\frac{7}{2}$ $\frac{5}{10}$. cioè (*laſſando il comune denominatore*) r.q.c.625. in r.q.c.16875. entra volte r.q.c.27. ch'è r.q.3. pero a partire m̃ r.q.c. 468 $\frac{3}{4}$. per r.q.c.4 $\frac{1}{10}$. ne viene m̃ r.3. onde il totale auenimẽto ſarà 2. m̃ r.1. & queſta è la parte minore, quãdo la maggiore ſia 1. cioè delle due quãtità, la proportione della maggiore alla minore è come da 1. a 2. m̃ r.3. ò cõuerſamẽte dalla minore alla maggiore, come da 2. m̃ r.3. ad 1. Et ſe li principiãti per eſſercitarſi nelle operationi numerali di queſta ſorte, vorranno fingendo di farne proua, ò chiarirſi ſe veramente le due quantità dette, hanno fra loro la ſopradetta proportione, potranno dire; Douendo perciò eſſere r.c.3 $\frac{1}{4}$. p̃ r.q.c. $\frac{2}{4}$ $\frac{5}{10}$. & r.c.3 $\frac{1}{4}$. m̃ r.q.c. $\frac{2}{4}$ $\frac{5}{10}$. & 1. & 2. m̃ r.3. quattro quantità proportionali (*che ſi dice alla prima alla ſeconda, eſſere la proportione, ch'è dalla terza alla quarta*) conuiene che a moltiplicare la prima r.c.3 $\frac{3}{4}$. p̃ r.q.c. $\frac{2}{4}$ $\frac{5}{10}$. via la quarta 2. m̃ r.3. faccì quanto è il prodotto della ſecõda r.c.3 $\frac{3}{4}$. m̃ r.q.c. $\frac{2}{4}$ $\frac{5}{10}$. nella terza 1. qual prodotto è la medeſma ſeconda r.c.3. $\frac{3}{4}$. m̃ r.q.c. $\frac{2}{4}$ $\frac{5}{10}$. ma a punto il dutto della prima nella quarta è r.c.3 $\frac{3}{4}$. m̃ r.q.c. $\frac{2}{4}$ $\frac{5}{8}$. come ſi vede in margine, però ſiamo ſicuri d'hauere operato bene, & che la proportione trouata conuiene veramente alle due quantità già ſtabilite.

R̃ c.3 $\frac{3}{4}$. p̃ R̃ q.c.c. $\frac{2}{4}$ $\frac{5}{8}$.	
via R̃ 2. m̃ R̃ 3.	
Prodotto. R̃ c.30. p̃ R̃ q.c.33 $\frac{1}{4}$.	
m̃ R̃ q.c.379. $\frac{1}{1}$ $\frac{1}{0}$. m̃ R̃ c.3 $\frac{3}{4}$.	
A cauare R̃ c.3 $\frac{3}{4}$. da R̃ c.30. ſuo doppio, reſta R̃ c.3 $\frac{3}{4}$.	Et a cauare r.q.c.33 $\frac{1}{4}$. da R̃ q.c.379. $\frac{1}{1}$ $\frac{1}{0}$. (*a lei ſeſquialtera, cioè che la contiene* 1 $\frac{1}{2}$.) reſta la mità d'eſſa R̃ q.c.33 $\frac{1}{4}$. cioè R̃ q.c. $\frac{2}{4}$ $\frac{5}{8}$.
però il totale prodotto è R̃ c.3 $\frac{3}{4}$. m̃ R̃ q.c. $\frac{2}{4}$ $\frac{5}{8}$. come conuiene.	

R̃ c.3. $\frac{3}{4}$. è R̃ q.c. $\frac{2}{4}$ $\frac{5}{10}$.	m̃ R̃ 3. è m̃ R̃ q.c.27.
m̃ R̃ 3. è meno R̃ q.c.27.	via R̃ q.c. $\frac{2}{4}$ $\frac{5}{8}$.
6075	prodotto meno R̃ q.c. $\frac{2}{1}$ $\frac{5}{10}$.
prodotto meno R̃ q.c.379 $\frac{1}{1}$ $\frac{1}{0}$.	ch'è meno R̃ c. $\frac{1}{4}$ $\frac{5}{}$. cioè meno R̃ c.3 $\frac{3}{4}$.

Cauiſi R̃ quadra cuba 33 $\frac{1}{4}$. da R̃ quadra cuba 379 $\frac{1}{1}$ $\frac{1}{9}$.

100 in 6075

$\frac{1}{1}$ $\frac{8}{0}$ $\frac{0}{4}$ $\frac{0}{8}$. entra volte $\frac{1}{1}$ $\frac{8}{0}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{5}{8}$. cioè volte $\frac{1}{1}$ $\frac{7}{0}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{0}{8}$. onde la minore R̃ q.c. entra nella maggiore R̃ q.c. per volte R̃ q.c. $\frac{1}{1}$ $\frac{7}{0}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{1}{8}$. ch'è R̃ c. $\frac{2}{1}$ $\frac{7}{8}$. ch'è $\frac{3}{1}$. cioè volte 1 $\frac{1}{2}$. perilche eſſa minore entraria in quello, che reſta a cauarla dalla maggiore 1. volta manco, cioè volte $\frac{1}{2}$ onde moltiplicando $\frac{1}{2}$. cioè R̃ q.c. $\frac{1}{0}$ $\frac{}{4}$. via eſſa minore, ch'è R̃ q.c. $\frac{1}{1}$ $\frac{0}{0}$ $\frac{0}{4}$. fa R̃ q.c. $\frac{1}{1}$ $\frac{0}{0}$ $\frac{0}{4}$. cioè R̃ q.c. $\frac{2}{4}$ $\frac{5}{8}$. ch'è il reſtante cercato, & è meno, perche la quãtità maggiore è meno, & coſi vediamo, che a ſommare, ò mettere inſieme R̃ q.c.33 $\frac{1}{4}$. & meno R̃ q.c.379. $\frac{1}{1}$ $\frac{1}{0}$. la ſomma ò cõpoſto loro è meno R̃ q.c. $\frac{2}{4}$ $\frac{5}{8}$. & a ſommare inſieme R̃ c.30. & meno R̃ c. 3 $\frac{3}{4}$. fa R̃ c.3 $\frac{3}{4}$. però la ſomma delli 4 partiali prodotti, che compõgono il prodotto totale, è R̃ c.3 $\frac{3}{4}$. meno R̃ q.c. $\frac{2}{4}$ $\frac{5}{8}$.

Io vſo molta diligenza in eſporre minutamente queſte operationi, acciò li principianti le intendano bene, & vi aquiſtino ſicura prontezza; Che in ciò conſiſte gran parte dell'Arte de' numeri.

Il Cardano al Capitolo 66. numero 93. dell'Aritmetica, pone vn queſito ſimile, dicendo.

TRouinſi dui numeri, la differenza de' quali moltiplicata nella differenza de' quadrati loro facci 10. Et la ſomma d'eſſi dui numeri, moltiplicata nella ſomma de' quadrati loro facci 20. Et lo ſolue nel modo che ſegue, ampliato però, & dichiarato da noi (*che vſiamo ogni diligenza per il deſio che habbiamo di giouare a gli Studenti*) come ſi vedrà.

Ponaſi vn num. eſſere 1. 1, & l'altro vna quantità, ò ſia la vnità (*& ſi potria dire eſſere 1. A, ò ſimile*) ſarà dunque la differenza 1. 1 meno 1. (*ſupponendo 1. co. eſſere maggiore d'1.*) I loro quadrati ſono 1. 2, & 1: che la differenza loro è 1. 2 meno 1. quale moltiplicata via la differenza de' dui numeri, ch'è 1. 1 meno 1. produce 1. 3 meno 1. 2 meno 1. 1 p̃ 1. Et queſto deue eſſere

maggiore minore
1.ǂ 1
differenza 1.ǂ meno 1.
1.ƨ 1
differenza 1.ƨ meno 1.

prodotto 1.ǂ meno 1.ƨ meno 1.ǂ p̃ 1. Eguale a 10.
1.ǂ p̃ 1.ƨ p̃ 1.ǂ p̃ 1. Eguale a 20.

eguale a 10. Dipoi moltiplicata la ſomma di detti numeri, cioè 1.ǂ p̃ 1. via la ſomma de' ſuoi quadrati, cioè via 1.ƨ p̃ 1.fa 1.ǂ p̃ 1.ƨ p̃ 1.ǂ p̃ 1. Et queſto deue eſſere eguale a 20. Adunque perche 20. è doppio a 10. ſarà 1.ǂ p̃ 1.ƨ p̃ 1.ǂ p̃ 1. doppio ad 1.ǂ meno 1.ƨ meno 1.ǂ p̃ 1. perilche 1.ƨ p̃ 1.ǂ ſarà l'$\frac{1}{2}$. d'1.ǂ p̃ 1. adunque ǂ ƨ p̃ ǂ, ſono eguali ad 1.ǂ p̃ 1. *(perche nelle due quantità 1.ǂ.p 1.ee.p 1.co.p 1. Et 1.ǂ m̃ 1.ee.m̃ 1.co.p 1. delle quali la maggiore è doppia alla minore, cioè quãdo la maggiore ſia 2. la minore è 1. O quando la maggiore ſia, ò importi 20. la minore ſarà, ò importarà 10. conſiderãdo che elle deriuano, ò ſi può dire, che deriuano la minore dal cauare 1.ee. & 1.co. da 1.ǂ p̃ 1. poiche eſſa minore è 1.ǂ p̃ 1. m̃ 1.ee. m̃ 1.co. Et la maggiore dal giungere 1.ee.p̃ 1.co.a 1.ǂ p̃ 1. ſi conoſce che ſe a queſta quantità A. 1.ǂ p̃ 1. ſi giunge G. 1.ee.p̃ 1.co ſe ne forma la maggiore. Ma ſe dalla iſteſſa quantità A. 1.ǂ p̃ 1. ſi cauа la medeſma G. 1.ee. p̃ 1.co. ſe ne forma la minore, ma la maggiore eſſendo doppia alla minore, ſe poniamo la maggiore eſſere 20. la minore douerà eſſere 10. La G. dunque giunta ad A fa 20. ma cauata da A. fa 10. Cioè 20. è A p̃ G. Et 10. è A. m̃ G. però la differenza di A. m̃ G. ad A. p̃ G. ſarà la iſteſſa, ch'è da 20. a 10. ma queſta è 10. & quella è G. due volte, cioè il doppio di G. (che a cauare A. m̃ G. da A. p̃ C. reſta G. p̃ G.) però il doppio di G. importa 10. Onde eſſo G. ſimplice, importara ſolo 5. cioè la mitá della differenza ch'è da 20. maggior quantita è 10. minore delle due date; Et perche A. 1.ǂ p̃ 1. giontoli G. 5. fa 20. conuiene che il ſolo A. 1.ǂ p̃ 1. ſia quel 15. in che 20. ſupera G. 5. Onde quando la maggior quãtita ſia 20. & la minore 10. conuiene che A. ſia 15. & G. 5. Et perche 5. è l'$\frac{1}{3}$. di 15. vediamo che G. cioè 1.ee. p̃ 1.co. conuiene eſſere ƀ $\frac{1}{3}$. d'1.ǂ p̃ 1. Et che perciò 3.ee. p̃ 3. ſono eguali ad 1.ǂ p̃ 1. Può dunque notare lo Studente, che ſe ad una quantita A. ſi giunga, & caui una iſteſſa G. & eſſendo li dui reſultanti ſomma, & reſtante S. & R, quãdo ci ſia nota la proportione di S. ad R. ſi potra anco trouare la proportione di G. ad A. facendo la conſideratione ſuperiore; Che dicendoſi per eſſempio ad A. 12 co. giunto G. 5. ne reſulta S. 12. co. p̃ 5. Et cauato eſſo G. 5. da detta A. 12. co. ne reſulta R. 12. co. m̃ 5. Et la proportione di S. ad R. è tripla ſuper quadripartiens ſeptimas, cioè che ha per denominatore 3 $\frac{4}{7}$. ſi domanda, che conuenienza è da G. 5. ad A. 12. co.*

Noi eſſendo S. volte 3 $\frac{4}{7}$ quanto R. vediamo che poſto S. 4 $\frac{4}{7}$. R. douera eſſere 1. Et per adoprare intieri, vediamo che poſto S. 25. R. douera eſſere 7. ma S. è ſempre maggiore di R. nel doppio di G. onde perche S. 25. è maggiore di R. 7. in 18. conuerrà che 18. ſia il doppio di G. & che perciò G. ſia la mita di 18. cioe 9. quando S. ſia 25. ouero R. 7. Onde S. 25. cioe A p̃ G, ſaria A p̃ 9. perilche il ſolo A. è 16. cioe quel 16. in che S ſupera G. 9. quando dunque G. è 9. A. deue eſſere 16. (ouero onde R 7. cioe A m̃ G ſaria A m̃ 9. perilche eſſo A è 16. cioe quel 16. che naſce a giungere 9. a 7.) & coſi vediamo, che la proportione di G ad A, è come di 9. a 16. Et per deriuarne la Regola, conſideraremo che ſegnati S. & R. con i numeri, che moſtrano la proportione loro, & hora ſono poſti eſſere 25. & 7. il G 9. è ſempre la mita di 18. differenza loro, & A 16. e ſempre la mita della ſomma loro (che A p̃ G; & A m̃ G. cioe S. & R. fanno per ſomma A p̃ A, cioe il doppio d' A) onde G ad A, conuerſamente ha ſempre la pportione, che ha la mita della differẽza di S. ad R. alla mita della sõma di S. & R, & perciò che la totale differẽza alla totale sõma; Onde di ſopra quando ad A 1.ǂ p̃ 1. ſi giũſe, et cauò G. 1.ee. p̃ 1.co. & ne deriuorno S. 1 ǂ p̃ 1.ee. p̃ 1.co. p̃ 1. & R 1.ǂ m̃ 1.ee. m̃ 1.co. p̃ 1. de' quali eſſendo S doppio ad R, poſto S. 2. R. ſaria 1. la differẽza loro è 1. & la sõma 3. però da G ad A. cioe da 1.ee. p̃ 1.co. ad 1.ǂ p̃ 1. è come da 1. a 3. cioe G è l' $\frac{1}{3}$. di A. Et nell'eſſempio hora preſo di S. 12. co. p̃ 5. & R 12. co. m̃ 5. dicendo da S. ad R. eſſere come da 25. a 7. & però da G ad A, cioe da S. a 12. co. douere eſſere come da 9. a 16. veniamo a dire, che quando S fuſſe 9. le 12. co. ſariano 16. ma volendo che S uumero reale ſia 5. & non 9 le 12. co. non ſaranno 16. ma 8 $\frac{8}{9}$. onde la co. verria a valere $\frac{2}{3}$ $\frac{9}{7}$. Perilche 12. co. p̃ 5. ſariano 13 $\frac{8}{9}$. per S. & 12. co. m̃ 5. ſariano 3 $\frac{8}{9}$. per R, cioe S $\frac{1}{1}$ $\frac{1}{9}$. & R $\frac{1}{1}$ $\frac{1}{9}$. che hanno proportione come 125. a 35. ò come 25. a 7. ò come 3 $\frac{4}{7}$. ad 1. ch'è bene tripla ſuper quadripartiens ſeptima come ſi propoſe.)

Hora ſapendo che 3. ee, p̃ 3. co. ſono eguali ad 1.ǂ più 1. (per peruenire ad Equatione nota) partiremo ciaſcuna d'eſſe due quantita per 1. co. più 1. & ne deriuara 1. ee. m̃ 1. co. più 1. Eguale a 3. co. cioe 1. ee. più 1. Eguale a 4. co. (Et ciaſcuna delle due quantita 1.ǂ più 1. & 3. ee. più 3. co. ſi può ſebiſare, ò partire per 1. co. più 1. Cioe 1. co. più 1. entra preciſe ſenza rotto in ciaſcuna d'eſſe due quantita, perche hauendo ǂ ƨ ǂ, & numero accompagnati a dui a dui, ò con il più, ò eõ meno, & che l'una coppia ſia eguale all'altra, & che i dui numeri dell'una coppia, ſiano eguali l'uno all'altro, & che anco i due numeri dell'altra coppia, ò parte dell'Equatione, ſiano pure

eguali

1.co. piu 1. | 13.ȝ piu 13.
13.ce.m̃ 13 co. piu 13.
13.ȝ
13.ȝ piu 13. ce.
resta 1 m̃ 13.ce.
13.m̃ 13.cc.
m̃ 13.co.m̃ 13.ce.
resta 13.ȝ piu 13.nel quale li 1.co.piu 1.partitore entra peiſe 13.uolte,però l'auenimẽto è 13.ȝ m̃ 13.ȝ p 13
13.ce.piu 13. Eguale a 21.co.
1.cc. piu 1. Eguale a $1\frac{8}{1\frac{1}{2}}$.
$\frac{2}{2}\ \frac{1}{6}$
da $\frac{4}{6}\ \frac{1}{1}\ \frac{1}{6}$. non ſi può cauare il numero 1.però la Equatione è impoſſibile.

eguali l'vno all'altro,con alcune auuertenze ancora, che nel progreſſo ſi conoſceranno; all hora in ciaſcuna parte, entrarà preciſe 1. co.più 1. & coſi ſchiſandoli, ò partendoli per 1.co. piu 1. ſi ridurranno ad Equatione nota. Che per eſſempio; Hauendo 13.ȝ piu 13. Eguali ad 8.ce.più 8.co. ciaſcuna d'eſſe due quantità ſi potrà partire per 1.co.più 1. Che in 8.ce. piu 8.co. entra preciſe volte 8.co. E e in 13.ȝ piu 13. entra preciſe volte 13.ce.m̃ 13.co.piu 13. Et coſi ſi haurà 13.ce.m̃ 13.co. piu 13. Eguale ad 8. co. Cioe 13.cc. piu 13. Eguale a 21. co. quale Equatione è impoſſibile; Et bene ſi conoſce la impoſſibilità cõſiderando,che la co. deue valere 1. ò piu d'1.ma 1.non può valere,perche anco il ce.valeria 1.onde 13.ce.piu 13. ſariano 26. & 21.co.ſariano ſolo 21. Piu d'1.non può valere, poniamo $1\frac{1}{1}\frac{1}{0}$. perche all'hora il ce.valeria $1\frac{1}{1}\frac{1}{0}\frac{1}{0}$.cioe $\frac{1}{1}\frac{1}{0}\frac{1}{0}$.piu della co. onde 13.ce.ſariano piu di 13.co. & anco il 13. numero ſaria piu delle 8.co.che rimangono ſino alle 21.co.che eſſe 8.co.valeriano ſolo $8\frac{8}{1}\frac{}{0}$. onde tanto piu li 13.ce.piu 13.ſuperariano le 21.co. Et dicendoſi la co.valere piu,cioe poniamo $1\frac{1}{2}$.queſto manco può eſſere, perche le 8.co. valeriano ſolo 12.ch'è manco del numero 13.ch'è con li ce. & oltre di ciò li 13.cc. valeriano piu di 13. co. Et dicendoſi la co. valere 2. che coſi le 8.co. valeriano 16. che ſaperà il numero 13. in 3. all'hora il ce. valeria 4. cioe 2. piu della co.onde li 13. cc. ſuperariano le 13.co.in molto maggior quantità del 3.in che le 8.co.ſuperano il numero 13.& tanto più occorreria queſto, quanto più ſi poneſſe grande il valore della co. Et ponendoſi il valore della co.manco di 1.poniamo $\frac{1}{1}$. acciochè le 21.co. vaglino più del numero 13. che valeranno 14.cioe 1. piu del numero 13. il cc. valeria $\frac{1}{0}$. onde li 13.cc. valeriano più dell'1.che manca al numero 13. per arriuare al valore delle 21.co. Ne manco di $\frac{1}{2}$.può ponerſi il valore della co.perche all'hora li 13.ce.piu 13.impoſſibiliariano più delle 21.co.

L'iſteſſa impoſſibilità ſi vede auuenire,conſiderando la Equatione principale di 13.ȝ più 13. Eguale ad 8.cc. piu 8. co. Che il valore della co.non può eſſere 1. perche all'hora l'vna parte ſaria 27.& l'altra ſolo 16. (che il ȝ valeria 1.& ſimilmente 1.valeria il ce.) ne manco d'1. ne più d'1.come può conoſcerne lo Studente da ſe.

Et hauendo 4.ȝ più 7. Eguale a 7.cc. più 4.co. facendo noi eſſere li dui 7.inſieme, & anco li dui 4. inſieme ſi ridurrà a 4.ȝ m̃ 4.co. Eguale a 7.ce.m̃ 7. Onde in ciaſcuna d'eſſe due quantità entrarà 1.co. piu 1.& ne verrãno 4.ce.m̃ 4.co.Et 7.co.m̃ 7.che ſaranno eguali fra loro,& accomodato il m̃ ſarà 4.ce.più 8.Eguale ad 11.co.Cioe 1.cc.più $1\frac{3}{4}$ Eguale a $2\frac{3}{4}$.co. Che la co.vale 1. Et anco può valere $1\frac{3}{4}$.Onde valẽdo 1.la co.& però 1.il ce.& 1.il ȝ.li 4.ȝ più 7.ſariano 11.Et il medeſmo 11.ſaranno li 7.ce.piu 4.co. Ma la co.valendo $1\frac{3}{4}$.il ce.valerà $3\frac{1}{1}\frac{}{6}$. & il ȝ valerà $5\frac{1}{6}\frac{3}{4}$. onde 4.ȝ piu 7. ſaranno $21\frac{7}{1}\frac{}{6}$.più 7.cioe $28\frac{7}{1}\frac{}{6}$. & 7.ce.più 4.co.ſaranno $21\frac{7}{1}\frac{}{6}$.più 7. cioe medeſmamente $28\frac{7}{1}\frac{}{6}$.

1.co. piu 1. | 4.ȝ m̃ 4.co.
4.ce.m̃ 4.co.
4.ȝ
4.ȝ più 4.ce.
reſta m̃ 4.ce.
m̃ 4.cc. m̃ 4.co.
vi entra per m̃ 1.co.
Proua.
Auenimento 4.ce.meno 4.co.
Partitore 1.co.più 1.
fa 4.ȝ meno 4. ce. più 4. cc. meno 4. coſe.
Cioe 4.ȝ meno 4. co. che ſi è partito.

4.ȝ piu 7. Eguale a 7.ce.piu 4.co. E come 4.ȝ m̃ 4.co.Eguale a 7.ce.m̃ 7. Et come ſchiſando 4.cc.m̃ 4.co.Eguale a 7.co.m̃ 7. Cioe. 4.ȝ piu 7. Eguale a 11.co. Cioe. 1.cc.piu $1\frac{3}{4}$.Eguale a $2\frac{3}{4}$.co.

1.co. piu 1. | In 7.cc.meno 7.
7.co.meno 7.
7.ce.
7.ce.meno 7.co.
reſta meno 7.co.
in m̃ 7.co.meno 7.
vi entra per meno 7.
Proua.
7.co.m̃ 7.auenimento.
via 1.co.piu 1. partitore.
fa 7.ce.meno 7.co.piu 7. co.meno 7.
cioe 7.ce.meno 7.che ſi è partito.

1.$\frac{3}{8}$. il quadrato e $1\frac{4}{6}\frac{7}{4}$.
ſi caua $1\frac{3}{4}$.
reſta $\frac{0}{6}\frac{}{4}$. la R.e $\frac{3}{8}$.
quale giõta, & cauata ad $1\frac{3}{4}$. ne reſultano $1\frac{3}{4}$. & 1.che ſono le due valute della coſa.

Habbiaſi

Habbia 5.3 p̃ 3. Eguale a 5.ce.p̃ 3.co. Si riduce a 5.3 m̃ 5.ce. Eguale a 3.co.m̃ 3. Che hora 1.co.m̃ 1.nelli 5.3 meno 5.ce.entra volte 5.ce. Et nel 3.co.meno 3.entra volte 3. Onde 5. ce. sono eguali a 3.però il ce.vale $\frac{3}{5}$. Et la co.vale rad. $\frac{3}{5}$. Il cubo valerà rad. $\frac{1}{1}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{1}{5}$. però 5.3 p̃ 3. saranno rad.5 $\frac{2}{5}$ p̃ 3. Et 5.ce.p̃ 3.co saranno 3.p̃ rad.5 $\frac{2}{5}$. similmente. Ma ancora la co. può valere 1. (come si conosce vedendo che 5.& 3.numeri delli 5.3 & 3.da vna banda sommano 8. come anco il 5.& 3.numeri delli 5.ce.& 3.co.dall'altra banda, che in questi casi anco il ce. & il 3. & il 4, 5, & 6, che vi fussero valeria pure 1. Onde tanto importaria 1.quanto 1.co.1.ce.1.3, &c. & però il 5.3 p̃ 3.importano 8.come anco 5.ce.p̃ 3.cose.

Habbiasi 5.3 p̃ 3.ce. Eguale a 3.co.p̃ 5. Qui la co.vale 1.ma vsando il modo detto, si ridurrà a 5.3 meno 5. Eguali a 3.co. meno 3.ce. Di queste il Residuo 1.co. meno 1.entraria nell'vna quantità 5.3. meno 5. che vi entra per volte 5.ce.p̃ 5.co. p̃ 5. ma non può entrare nell'altra 3.cose meno 3.ce.perche in essa il meno è il ce.maggiore dignità, ma nel partitore 1.cosa m̃ 1. il meno è il numero minore dignità, anzi è priuo di denominatione.

In esso 3.co. meno 3.ce. entraria bene 1.meno 1.co & v'entra per volte 3. co. (che 3.co.via 1. meno 1.co.fa 3.co.meno 3.ce.) ma questo 1.meno 1.co. non può poi entrare in 5. 3 meno 5. entraria bene in 5.meno 5.3.che v'entra per volte 5.p̃ 5.co p̃ 5.ce. Et cosi hauendo 5.meno 5.3.Equale a 3.co.meno 3.ce. che deriuaria da 3.ce. p̃ 5. Eguale a 5.3.p̃ 3.co. si peruerria a 5.ce.p̃ 5.co.p̃ 5. Eguale a 3.ce.cioe a 5.ce.p̃ 2.co.piu 5.Eguale a 0. ch'è impossibile. Et pur si vede, che 5.3. più 3.co. possono essere eguali a 3.ce. piu 5. & che la co. vale 1.& cosi 1.vale il ce.& 1.vale il 3, (il che occorre come s'è detto, quando il 5.& 3.numeri dello quantità da vna banda sono eguali a 5. & 3. numeri delle quantità dall'altra banda, cioe che la somma 8. da vna banda è quanto la somma 8. dall'altra, onde hauendo 7.3 piu 4. Eguale a 5.ce.piu 6.co.perche 7.& 4.fa 11.come anco 5.& 6. la co.valerà 1. Et quando anco le quantità da vna banda, fussero piu che le quantità dall'altra, pure che la somma de i numeri da vna banda, sia eguale alla somma de'numeri dall'altra, pure la co.valerà 1.& però il 2, il 3, il 4, il 5, & ogn'altra denominatione che vi fusse valerà 1. & saranno come si fussero simplici numeri senza denominatione; Onde dicenaosi, 1 6. piu 3 $\frac{2}{4}$.ce. piu 8 $\frac{1}{4}$.è eguale a 5.4 piu 1 $\frac{1}{4}$.3. piu 6 $\frac{1}{2}$. co. piu $\frac{1}{4}$. doue la somma de i numeri da ciascuna banda è vn medesmo 13 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$. si vede che il valore della co. può essere 1. Potria forsi anco hauere altra valuta, che di sopra doue si haueа 4. 3 piu 7. Eguale a 7. ce.piu 4.co. & ciascuna delle due somme era 11. & però la co. poteua valere 1. vedessimo che ella valeua anco 1 $\frac{3}{4}$.) circa che si può auertire, che valendo 1.la co.il partitore 1.co. meno 1. saria 1. meno 1.cioe 0.& la quantità da partire 5.3.meno 5.saria 5.meno 5.cioe 0. & perche 0. in 0. entra quante volte si vuole, cioe ò nessuna volta, ò 5.volte, ò 10.volte, ò altro numero di volte; poiche qual si vogli di questi auenimenti, moltiplicato con il partitore 0.produce 0.ch'è la quantità partita, però non è marauiglia se a partire 5.3 meno 5.ch'è 0.per 1.co.meno 1. ch'è niente ne viene 5. piu 5.co.piu 5.ce. cioe non è marauiglia, che a partire 0. per 0. ne venga 5.p̃ 5 co.piu 5.ce. benche paia, che ne douerria venire similmente 0. poiche si può dire, che ne venga che auenimento si vuole, cioe che come s'è detto, 0.in 0.entra quante volte si vuole, che quel numero di volte auenimento moltiplicato per 0. partitore fa pur 0. ch'è la quantità partita, ma perche ne venga mò piu 5.piu 5.co.piu 5.ce. (che valendo la co.niente.saria 5 piu 0.piu 0.cioe 5.) che altra quantità, o niente, occorre, perchè essendo la mirabile, & artificiosissima Dottrina Algebratica tale, che hà risguardo ad ogni cosa, che possa inuenirsi, ella fa essere l'auenimento tale, che sia il partitore quello che si vogli, & però vaglia la co ò quel 1.che può valere, o quel piu d'1.che si vogli, l'istesso auenimento sia sempre a proposito; Onde se poneremo, che la co.vagli 2.il partitore 1.co.meno 1.sarà 2. meno 1.cioe 1.& la quantità da partire 5.3.meno 5.sarà 40.meno 5.cioe 35.che pero (perche 1.in 35. entra volte 35.) l'auenimento douerà essere 35.& ben si vede, che l'auenimento Algebratico 5. piu 5.co.piu 5.ce.è 5.piu 10.piu 20.cioe 35.come bisogna. Et se la co.vagli poniamo 7. il partitore 1.co.meno 1.sarà 7.meno 1.cioe 6. La quantità da partire 5.3.meno 5.sara 1715.meno 5.cioe 1710. Et l'auenimento 5.piu 5.co.piu 5.ce.sara 5.piu 35.piu 245.cioe 285.come è a punto quello, che nasce a partire 1740. per 6.ch'è pure 285. Et cosi occorre a qual si vogli altra valuta della cosa.

1. meno 1.cosa.

In 5. meno 5. 3.

5. piu 5. co. piu 5. ce.

5

5.meno 5.co.

5.co.meno 5.3.

5.co.meno 5.ce.

5.ce.meno 5.3.

5.ce.meno 5.3.

Si può anco notare, che di sopra in 3.co.meno 3.ce.doue non entra 1.co.meno 1. si viene a supporre, che la co. vagli piu d'1. acciochè 1.co. meno 1. sia qualche cosa, ma all'hora 3.co. meno 3.ce.

saria

saria manco di niente, perche il ce. valeria piu della co. & 3. ce. da cauare sariano piu di 3. co. Et cosi il partitore qualche cosa non potria entrare in quantità, che sia manco di niente (come anco non puo entrare in niente, potria bene in 3. co. meno 3. ce. entrare 1. m̃ 1. co. & v'entraria per volte 3. co. ma cosi conuerria supponere che la co. vagli manco d'1. accioche esso partitore 1. m̃ 1. co. sia qualche cosa, & che anco 3. co. meno 3. ce. sia pure qualche cosa, cioe che il ce. vagli manco che la co. Et se all'hora la quantità eguale a queste 3. co. meno 3. ce. fusse 5. meno 5. 3. che saria pure quantità reale, poiche 1. 3 saria manco d'1. all'hora partendo questo 5. meno 5. 3 piu l'1. meno 1. ne verria 5. piu 5. co. piu 5. ce. Ilche sarà eguale all'altro auenimento, ch'è 3. co. Onde si peraerria a 5. piu 5. co. piu 5. ce. eguale a 0. Ilche è impossibile, cioe quale Equatione è impossibile, & pure sappiamo, che quando 5. meno 5. 3. sono eguali a 3. co. meno 3. ce. Cioe che 5. piu 3. ce. sono eguali a 3. co. piu 5. 3. la co. vale 1. perilche pare, che l'Algebra non faccì l'officio suo di trouare il vero valore dell'in co. che pure è 1. poiche non solo non si troua qnest'1. ma si perviene ad Equatione impossibile, cioe di 5. piu 5. co. piu 5. ce. Eguale a 0. perilche noti l'accorto Studente, che anzi di qui si scorge la marauigliosa integrita, & realita della Scienza, poiche ella nõ puo tollerare alcuno inconueniente, ne impossibilita, ne seruirsi di mezo inconueniente, o impossibile per trouare il vero, cosi come le persone da bene, o Virtuose, non si seruono di mezi indiretti, e viziosi per acquistare ricchezze, honori, sanita, o dottrina, o altra cosa per se stessa buona; Onde nell'Equatione di 5. 3 piu 5. co. Eguale a 3. ce. piu 5. douendo essere 1. la valuta della co. come potendo essere manco d'1. (perche all'hora 5. 3 piu 3. co. sariano manco di 3. ce. piu 5. (poiche se bene 3. ce. sariano manco di 3. co. & però sarano manco di 3. che gioto a 5. faria manco di 8. come anco manco di 8. sariano li 5. 3 piu 3. co. piu saria quello, che mancaria alli 5. 3 piu 3. co. ad arriuare ad 8. che quello che mancaria a 3. ce. piu 5. ad arriuare ad 8. o vogliamo dire, che quello che mancaria a 3. ce. ad arriuare a 3.) nao nel pigliare per partitore 1. meno 1. co. veniamo a supponere che la co. vagli manco d'1. accioche 1. co. si possa cauare da 1. & resti qualche cosa per partitore, & perche questo supposito è impossibile, di qui è che l'Algebra mediãte esso supposito impossibile, ci reduria anco ad vna Equatione impossibile, cioe è 5. piu 2. co. piu 5. ce. Eguale a 0. come s'è visto; Anzi a punto da questa Equatione impossibile, conoscendo il supposito, o partitore preso essere impossibile, veniamo a chiarirci, che la co. non puo valere manco d'1. come bisognaria che valesse a valore che 1. meno 1. co. fusse quantita reale.

Ancora perche hauendo pure 5. 3 piu 3. co. Eguale a 3. ce. piu 5. Questa Equatione non solo si puo ridurre a 5. meno 5. 3. Eguale a 3. co. meno 3. ce. come si è fatto di sopra, ma anco a 3. co. meno 3. ce. Eguale a 5. 3 meno 5. ciascuna delle quali parti si puo partire per 1. co. meno 1. che ne resultano li due auenimenti 3. co. Et 5. ce. piu 5. co piu 5. istessi che nell'altro, cioe 5. ce. piu 2. co. 5. Eguale a 0. Equatione impossibile, ci fa pure accorti l'Algebra, che anco questo supposito è impossibile, cioe che il partitore possa essere 1. cosa m̃ 1. Et perche manco puo essere 1. meno 1. cosa come s'è veduto, pare che veramente la Equatione di 5. 3 piu 3. cose. Eguale a 3. censi piu 5. sia impossibile, poiche vsando modi pure inconuenienti, & secondo l'Arte si peruiene ad Equationi impossibili. Onde noti l'accorto Studente, che considerando li dui partitori vna cosa meno 1.

1. meno 1. cosa. *In* 5. meno 5. 3.
5. piu 5. co. piu 5. ce.
5.
5. meno 5. co.
resta 5 co.
5. co. meno 5. 3.
5. co. meno 5. ce.
resta 5. ce. meno 5. 3.

5. 3 piu 3. co. *Eguale a* 3. ce. piu 5.
Si trasmuta in
5. 3 meno 5. *Eguale a* 3. ce. meno 3. co.
Ouero in
5. 3 meno 3. ce. *Eguale a* 5. meno 3. co.
Ouero in
3. co. meno 3. ce. *Eguale a* 5. meno 5. 3.
Ouero in
3. co. meno 5. *Eguale a* 3. ce. meno 5. 3.

1. co. piu 1. | *In* 3. ce. meno 3. co.
Auenimento 3. co. meno 3.
3. ce.
3. co. piu 3.
resta m̃ 1.
m̃ 3. co. m̃ 3.
m̃ 5. ce. m̃ 4. co.
resta 5. co. meno 5. doue il partitore non puo entrare.
sia 1. co. meno 1. | *In* 5. 3. meno 5.
Auenimento 5. ce. piu 5. co. piu 5.

1.co. più 1. | In 3.ce.meno 3.co.
Auenimento. | 3.co.meno 3.

3.ce.
3.co.più 3.

resta m̃ 3.
m̃ 3.co.m̃ 3.
m̃ 3.co m̃ 3.

Ancora vi può entrare 1.co.meno 1. che v'entra per volte 3.co.

Però si haurà 3.co. Eguale a 5. ce. più 5. co. più 5 cioè 0. Eguale a 5 ce.più 2.co.più 5. la quale Equatione è impossibile.

Et 1.meno 1.co. Acciochè essi siano quantità reale. cioè che significhino qualche cosa; nell 1.co. m̃ 1. conuerria che la co. importasse più d'1. acciochè d'esso valore si potesse cauare l'1. & restasse qualche cosa; Et nell'1.co. meno 1. conuerria che la co. importasse manco d'1. acciochè cauandolo dall'1. restasse qualche cosa, cioè cõ essi partitori douendo essere quantità reale, si viene in l'vno a supponere che la cosa vagli più, & nell'altro, che la co. vagli manco d'1. & perche cõ ciascuno d'essi supposti, ò partitori, si peruiene ad Equatione impossibile, ciò ci fa accorgere, che la co. non può valere ne più d'1. ne manco d'1. perilche è che la co. vale dunque precise 1. ò che la Equatione principale è veramente impossibile (poiche ad essere impossibile conuerria concludere, che la co. non valesse ne 1. ne più ne manco d'1.) vedremo dunque se la co. possa valere 1. dicendo. Valendo 1 la co. li 5. 3 più 3 co. importariano 8. Et però se li 3.ce. più 5. importino anch'essi 8. il valore della co. sarà 1. ma importano a punto 8. però la co. vale 1. Et ben si vede, che così ancora 5. meno 5. saria eguale a 3.co. meno 3.ce. poiche l'vno sarà 5. meno 5. cioè 0. & l'altro 3. meno 3. cioè pure 0. & anco così 3.ce. meno 3.co. sarà pure eguale a 5. 3 meno 5. poiche l'uno sarà 3. meno 3. cioè 0. & l'altro sarà 5. meno 5. cioè pure niente. Onde siamo sicuri che la co. vale 1. ma che non può valere ne più ne manco d'1. cioè che ella non può hauere più d'vna valuta. Che alle volte può hauere due valute come si vide nell'Equatione di 4. 3 più 7. Eguale a 7.ce. più 4.co. donde la co. vale 1. Et anco può valere 1 3/4.

4. 3 più 7. Eguale a 7.ce.più 4.co.
1. co. meno 1. | 4. 3 meno 4. co. Eguale a 7.ce. meno 7.

4.ce.più 4.co. | 7.co. più 7.
4. 3 | 7.ce.
4. 3 meno 4.ce. | 7.ce. meno 7.co.
resta 4.ce. | resta 7.co.
4.ce.meno 4.co. | 7.co.meno 7.

Sarà 4 ce.più 4.co. Eguale a 7.co.più 7.
Cioè 4.ce. Eguale a 3.co.più 7.
Cioè 1.ce. Eguale a 3/4.co.più 1. 3/4.
la mità di 3/4. è 3/8. il suo quad. è 9/64. gionto al num. 1. 3/4. fa 1 73/64. cioè 1 3/8. la sua rad. è 1/8. 1/8. cioè 1 3/8. che con 3/8. mità del numero delle co. fa 1 3/4. per il valore della cosa.

Et si può notare che in essa Equatione di 4. 3 più 7. Eguale a 7.ce.più 4.co. che si riduce a 4 3 meno 4. cose Eguale a 7.ce.meno 7. il partitore può anco essere 1. cosa meno 1. che li auenimenti saranno 4 ce.più 4.ce. & 7.co. più 7. eguali fra loro, che si ridurrà a 4. ce. eguale a 3. co. più 7. & la cosa valerà 1 3/4. come anco si trouò quando si riduße a 4. censi più 7. eguale ad 11. cose. Ma questa Equatione di 4.ce. eguale a 3.co. più 7. cioè di censi eguale a co. & numero, ha solo vna valuta della co. però con essa si troua solo la valuta 1 3/4. Che nell'altra di 4.ce.p 7. Eguale a 11.co. che può hauere due valute si trouò, & questa valuta 1 3/4. & anco la valuta 1. Et perche tanto conuiene che vagli la co. nell'Equatione di 4. ce. più 7. Eguale ad 11.co. quanto nell'Equatione di 4.ce. Eguale a 3.co.più 7. poiche la valuta della co. da loro mostrata, deue essere la valuta della co. nell'Equatione di 4. 3 più 7. Eguale a 7.ce. più 4.co. potiamo anco considerare, che cauando 7. da ciascuna parte, nella prima Equatione haueremo 4. ce eguale ad 11.co. meno 7. ma per la seconda Equatione sappiamo, che 4.ce. sono eguali a 3.co. più 7. però a queste 3.co. più 7. saranno eguali le 11.co. meno 7. Cioè 8. co. a 14. & però la cosa valerà 1 3/4.

Ancora essa Equatione di 4. 3 più 7. Eguale a 7.cc. più 4.cose, Cauando 7.ce. da ciascuna parte si ridurrà a 4. 3 più 7. meno 7.ce. Eguale a 4.cose. Et anco cauando 4. 3 da ciascuna parte si ridurrà a 7. meno 7.ce. Eguale a 4.co. meno 4. 3. & ciascuna d'esse si potrà partire per 1. meno 1.co. che ne verrà 7. più 7.co. Eguale a 4.co. più 4.ce. Cioè 7. più 3.co. Eguale a 4.ce. come di sopra, & la co. valerà pure 1 3/4. come di sopra.

Ma hauendo detto il partitore essere 1. meno 1. cosa, & trouando la co. valere 1 3/4. pare che il partitore sia impossibile, cioè non si possa dire 1. meno 1 3/4. perche saria meno 3/4. ilche saria vero quan-

4.ce.piu 7. Eguale a 11. coſe.
4.cenſi. Eguale a 3.co.piu 7.
cauando 7. da ciaſcuna parte di ſopra ſi hauera.
4.cenſi. Eguale a 11.co.meno 7.
ma 4.ce. di ſotto è anco Eguale a 3.co.piu 7. però.
11.co.meno 7. Eguale a 3.co.piu 7.
Cioe 8.co. Eguale a 14.
però 1.co.vale $4\frac{3}{4}$.

quando la quãtità che ſi parte fuſſe piu; perche dicendoſi gl'auenimenti eſſere 7. piu 7.co. & 4.co. piu 4.ce. ciaſcuno delli quali è piu, ne ſeguiria, che a moltiplicare l'auenimento piu, con il partitore meno il prodotto fuſſe piu; ilche non può eſſere; Ma anzi perche eſſi auenimenti ſono piu, & il partitore è meno, che moltiplicato fra loro fanno meno, veniamo a conoſcere, che ciaſcuna delle due quantità partite, cioe 7. meno 7.ce. & 4.co. meno 4.3 è meno, cioe che 7.ce ſono piu di 7. Et ſimilmente, che 4.3 ſono piu di 4. co. ilche auenendo è neceſſario, che la co. vagli piu di 1. & però il ce. piu di 1. & il 3 piu della co. Et perche la co. vale $1\frac{1}{4}$. & & il ce. $3\frac{1}{4}\frac{1}{6}$. & il 3. $5\frac{3}{6}\frac{3}{4}$. ben ſi vede, che 7. meno 7.ce. è 7. meno $21\frac{7}{4}\frac{1}{6}$. cioe meno $14.\frac{7}{4}\frac{1}{6}$. Et che 4.co. meno 4.3 è 7. meno $21\frac{7}{4}\frac{1}{6}$. cioe meno $14.\frac{7}{4}\frac{1}{6}$. ſimilmente; Che a partire qual ſi voglia d'eſſi per 1. meno 1 co. cioe per 1. meno $1.\frac{1}{4}$. ch'è meno $\frac{3}{4}$. ne viene $19.\frac{1}{4}$. Cioe meno $\frac{3}{4}$. in meno $14.\frac{7}{4}\frac{1}{6}$. entra volte $19.\frac{1}{4}$. & è piu, ſignificando 7. piu 7.co. ouero 4.co. piu 4.ce. che ſono li dui auenimenti detti; Et ben ſi vede, che 7. piu 7.co. è 7. piu $12.\frac{1}{4}$. cioè $19.\frac{1}{4}$. Et che anco 4.co. piu 4.3, è 7. piu $12.\frac{1}{4}$. cioe ſimilmente $19.\frac{1}{4}$.

Et dicendoſi 4. 3 piu 7. cenſi ſono eguali a 7. coſe piu 4. pure anco ſi vede la coſa valere 1. ma riducendoſi a 5. 3 meno 4. Eguale a 7. coſe meno 7.ce non ſi vede, che vi entri alcuno di q̃ſti partitori.

Et dicendoſi 4. 3 piu 4. ce. ſono eguali a 4.co. piu 4. che pure ſi vede la co. valere 1. ſi potrà partire ciaſcuna delle due quantità per 4. co. piu 4. che ne verrà 4. ce. Eguale a 4. cioe 1.ce. Eguale a 1. però il ce. vale 1.

Et dicẽdoſi 4.3 piu 4.ce. ſono eguali a 7. co. piu 7. ſi potrà partire ciaſcuna quãtità per 1. coſa piu 1. Et ne ne viene 4. ce. Eguale a 7. cioè 1. cenſo. Eguale a 1. $\frac{3}{4}$. però il ce. valerà $1\frac{3}{4}$. & il 3 valerà rad. $5\frac{3}{6}\frac{3}{4}$. onde 4. 3 piu 4. ce. ſaranno rad. $85\frac{3}{4}$. piu 7. Et 7.co. piu 7. ſaranno rad. $85\frac{3}{4}$. piu 7. ſimilmente.

Et ſi può notare, che in queſta Equatione di 4. 3 piu 4.ce. Eguale a 7.co. piu 7. ſi vede che tal conuenienza ha la prima parte 4.3 dell'vna alla prima parte 7.co. dell'altra, quale la ſeconda 4.ce. alla ſeconda 7. perche ſchiſando 4.3, & 7.co. per 1. co ne reſulta 4.ce. Eguale a 7. Onde in tal caſo baſta ad eguagliare vna ſola parte dell'vna alla ſua corriſpondente parte dell'altra, cioe 4.ce. a 7. che la co. valeua rad. $1\frac{3}{4}$. coſi in queſta ſimplice Equatione di 4.ce. Eguale a 7. come nella compoſta detta. Et hauendo 5.ce piu 7.3 Eguale a 20.4 piu 28.co perche ſchiſando 7.3, & 28.co. per 7. ne viene 1.ce. Eguale a 4. & ſchiſando 7.3, & 28.ce. per 7.co. ne viene pure 1.ce. Eguale a 4. onde tal proportione ha 5.ce. a 20.4, quale 7.3 a 28. co. Cioe 5.6 20.4, 7.3, 28.co. ſono quattro quantità proportionali (ilche ſi conoſce anco dal molti-

1. meno 1. co. | 7. meno 7 ce. / 7. piu 7. co. / 7. / 7. meno 7. co. / reſta 7. co. / 7. co. meno 7. ce.

4. co. meno 4. 3. / 4. co. piu 4. ce. / 4 co. / 4. co. meno 4. ce. / reſta 4. ce. / 4. ce. meno 4. 3.

1. coſa piu 1. | In 4. 3 meno 4. / 4. ce. meno 4. co. / 4. 3 / 4. 3 piu 4. ce. / reſta meno 4. ce. / meno 4. ce. meno 4. / meno 4. ce. meno 4. co. / reſta 4. co. meno 4. / doue non entra.

In 7. co. meno 7. ce. / 7. meno 7. co. / 7. co. / 7. co. piu 7. / reſta meno 7. / meno 7. ce. meno 7. / meno 7. ce. meno 7. co. / reſta 7. co. meno 7. / doue non entra.

1. coſa meno 1. Ne viene. | In 4. 3. meno 4. / 4. ce. piu 4. co. piu 4. / 4. 3 / 4. 3 meno 4 ce. / reſta 4. ce / 4. ce. meno 4. / 4. ce. meno 4. co. / reſta 4. co. meno 4.

In 7. co. meno 7. ce. / 7. meno 7. co. / 7. co. / 7. co. meno 7. / reſta 7. / 7. meno 7. ce. / 7. co meno 7. ce. / reſta 7. meno 7. co. / doue non entra.

1. meno 1. coſa. In 4. 3 meno 4. non può entrare, Ma in 7. coſe meno 7. cenſi. Entra per volte 7. coſe.

Digitized by Google

tare

plicare le eſtreme 5.ce, & 28.co fra loro, che fanno 140.ce, come anco è l'iſteſſo 140.ce, il prodotto delle medie 20.ce p 7.ce moltiplicate fra loro) qui pure baſta ad eguagliare ſolo 7.ce a 28.co. ò (ſchifando per 7.co.) 1.ce. a 4. che la co. valerà 2. perilche il ce. vale 4. il ce vale 8. il ce, vale 16. il ce vale 32. & il ce, cioè il quadro cubo, ò cenſo cubo vale 64. Onde 5.ce p 7.ce ſaranno 320. p 56. cioe 376. & 20.ce p 28.co. ſaranno 320. p 56. cioe ſimilmente 376. che li 5.ce, ſaranno eguali alli 20.ce, & li 7.ce alle 28.co. come s'è detto. Et la cauſa di ciò è che quando quattro quantità ſono proporzionali, ancora permutatamente, & congiuntamente elle ſono proporzionali, onde eſſendo le quattro quantità 5.ce, 20.ce 7.ce, 28.co. proporzionali, perche il dutto delle eſtreme è eguale al dutto delle medie, ancora permutatamente da 5.ce, a 7.ce ſarà come da 20.ce a 28.co. & congiuntamente da 5.ce p 7.ce a 20.ce p 28.co. come da 7.cu. a 28.co. Onde dicendoſi 7.cu. eſſere eguali a 28.co. ancora 5.ce p 7.cu. conuerrà che ſiano eguali a 20.ce p 28.co. Perilche con ordine conuerſo ſupposto, che 5.ce p 7.cu. ſiano eguali a 20.ce p 28.co. ò ſchifando per 5.co. dicendoſi che 1.ce p 1 ⅖.ce. ſono eguali a 4.cu. p 5 ⅗. perche queſte quattro parti ſono proporzionali, ſi viene a concludere che 1.ce è eguale a 4.cu. ouero che 1 ⅖.ce. è eguale a 5 ⅗. (cioe che 1.ce. è eguale a 4.cu.) & che perciò la co. vale 2.

Similmente hauendo 8.ce p 4.cu. p 5.ce. Eguale a 32.ce. p 16.co. p 20. nelli quali conſiderato eiaſcuno eſſere diuiſo in 3 parti, la prima alla prima, la ſeconda alla ſeconda, & la terza alla terza, hanno una iſteſſa proportione, ch'è come da 1.ce. a 4. Eſſa Equatione ſarà come ſe haueſſimo 1.ce. eguale a 4. che perciò la co. vale 2. Et perche da ciaſcuna banda delle due quantità ſono ce. leuato il minor numero de' ce. comunemente ſi diria, che 8.ce p 4.cu. ſono eguali a 27.ce. p 16.co. p 20. ch'è l'iſteſſo che la prima Equatione, onde perciò è come 1.ce. eguale a 4. & la co. vale 2. Che riducendoſi la Equatione ad 1.ce ſi hauera 1.ce p ½.cu. eguale a 3 ⅜.ce. p 2.co. p 2 ½. Onde perche la co. vale 2. il ce. valerà 4. il cu. valera 8. & il ce valerà 16. perilche 1.ce p ½.cu. ſarà 16. p 4. cioe 20. Et 3 ⅜.ce. p 2.co. p 2 ½. ſaranno 13 ½. p 4. p 2 ½. ch'è medeſmamente 20. come biſogna.

Et hauendo 6.ce meno 9.ce piu 3.ce piu 9.cu. meno 4.ce. Eguale a 4.ce meno 6.ce piu 2.ce. piu 6.

6.ce meno 9.ce piu 3.ce piu 9.cubi meno 4. cenſi.
4.ce meno 6.ce piu 2. cenſi, piu 6. coſe, meno 2 ⅔.
6.ce piu 9.ce pin 9. cubi, piu 2 ⅔.
13.ce piu 6. cenſi, piu 6. coſe.

1.ce. piu 1 ½.ce piu 1 ½.cu. piu ⅛. ⅙. ⅛. rad. ¼ ⅐. 4/9. Cioè in tutto 1 ⅔ 5/9. più rad. 2/9.
2. ⅛.ce piu 1. cenſo, piu 1. coſa. ½ ⅐. 1. terzo ⅓. rad. ⅔. Cioè in tutto 1 ⅚ 1/7. più rad. 2/9.
Vale 1. co. rad. ⅓.

1.ce. ⅓. co. meno 2 ⅓. Similmente inteſo diuiſa ciaſcuna delle due quantita in eiquo parti la proportione delle parti dell'una, alle parti dell'altra ſara la iſteſſa, & però come da 9.cu. a 6 co. ò come da meno 4.ce. a meno 2 ⅔. cioe come da 1.ce. a ⅔. però la co. valera rad. ⅔. Et in eſſe due quantita accomodando li meno ſi hauera 6.ce piu 9.ce piu 9.cu. piu 2 ⅓. Eguale a 13.ce piu 6.ce. piu 6.co. Et riducendo la Equatione ad 1.ce, ſi peruerra finalmente ad 1.ce piu 1 ½.ce piu 1 ½.cu. piu 7/9. Eguale a 2 ½.ce piu 1.co. piu 1.co. dove ſappiamo la co. valere rad. ⅔. però il ce. vale ⅔. il cu. rad. 8/27. il ce vale 4/9. il ce vale 8/27. & il ce vale 1 6/81. onde 1.ce piu 1 ¼.ce piu 1 ½.cu. piu 4/9. ſara 1 8/81. piu ⅔. piu rad. ⅔. piu 4/9. cioe 1 ⅔ 5/81. piu rad. ⅔. E anco 2 ½.ce piu 1.ce. piu 1.co. ſara 3 ⅝ 1/81. piu ⅓. piu rad. ⅔. cioe medeſmamente 1 ⅜ 1/81. piu rad. ⅔. Et l'iſteſſo occorreria in ſimili Equationi.)

Ma torniamo al principal queſito, che ſi procederia in infinito laſſandoſi condurre dall'aura delle Inuentioni. Che in eſſo queſito eſſendo peruenuti all'Equatione d'1.ce p 4. Eguale a 4.ce, vedremo che la ce vale 2. p R 3. Ouero 2. m R 3.

1.ce piu 1. Eguale a 4.ce
la mità è 2.
via eſſo 2.
fa 4.
ſi caui 1.
reſta 3.
che la rad. è rad. 3. però 2. p rad. 3, ouero 2. m r. 3. vale la ce.

Et ſe haueſſimo poſto la ce eſſere il numero minore, & la quãtità 1. ò vnità, cioè 1. eſſere il numero maggiore, all'hora la differenza loro ſaria 1. m 1.ce. I loro quadrati ſono 1. & 1.ce. & la differenza è 1. m 1. ce. quale moltiplicata via 1. m 1. differenza de' dui numeri peoduce 1. m 1.ce m 1.ce, piu 1 ce. Ilche è eguale a 10. Ancora moltiplicando 1. p 1.ce, ſomma de' dui numeri via 1. p 1. ce ſomma de' loro quadrati, il prodotto 1.cu. piu 1.ce. p 1. ce p 1. douerà eſſere eguale a 20. Et perche 20. è doppio a 10. ſaperemo che 1.cu. p 1.ce p 1.ce p 1. è di neceſſità doppio ad 1.cu. m 1.ce m 1.ce p 1. Et coſi facendo il medeſmo diſcorſo già fatto quando ſi poſe il minor numero eſſere 1. & il maggiore

giore 1.☍,peruerremo pure alla iſteſſa Equatione di 1.☉ p̃ 1. Eguale a 4.☍ doue la ☍ vale 2. p̃ R̃ 3.ouero 2.m̃ R̃ 3. delle quali due valute hora la minore, cioè 2.m̃ R̃ 3.ch'è manco d'1.farà al noſtro propoſito, ponendoſi la ☍ eſſere il numero minore, quando la vnità cioè 1. ſia il maggiore; Che nella prima poſitione doue ſi ſuppone d'eſſi dui numeri il minore eſſere 1. & il maggiore 1. ☍, diremo la ☍ valere ☍ p̃ R̃ 3. ch'è la ſua valuta maggiore nella Equatione detta; Et coſi ſappiamo, che il numero maggiore al minore è come da 2. p̃ R̃ 3. ad 1. cioè ha la proportione, ch'è da 2. p̃ R̃ 3. ad 1. (Ouero che il minore al maggiore è come da 2.m̃ R̃ 3. ad 1. cioè hà la proportione, ch'è da 2.m̃ R̃ 3. ad 1.) Ilche conoſciuto ci ridurremo a fare hora queſt'altro queſito; dicendo. Trouinſi dui numeri ò quantità nella proporrione di 2. p̃ R̃ 3. ad 1. tali che la ſomma loro moltiplicata nella ſomma de' quadrati loro facci 10. Ouero Trouinſi dui numeri nella proportione di 2. p̃ R̃ 3. ad 1. (ò d'1. a 2.m̃ R̃ 3. ch'è la iſteſſa) tali che la differenza loro moltiplicata, nella differenza de' quadrati loro facci 10. Et per hora ſtando nel primo queſito di trouare due numeri nella proportione di 2. p̃ R̃ 3. ad 1. tali che la ſomma loro moltiplicata nella ſomma de' quadrati loro facci 10. poneremo il minore eſſere 1. co & il maggiore (2. p̃ R̃ 3.) ☍, (qui mò il Cardano ſegue a trouare i quadrati loro, ma del maggiore dice per errore di calcolo egli eſſere (7. p̃ R̃ 24.) ☉, ilche non è, & perciò peruenendo a (24. p̃ R̃ 72. p̃ R̃ 192. p̃ R̃ 216.) ☍ eguali a 20. dice che partito il 20. per eſſa quantità de' cu la R̃ cuba vniuerſale (ò legata) dell'auenimẽto ſarà il numero minore (poſto 1. ☍.) & qui finiſce; ma noi operando diligentemente, troueremo eſſo vero numero, ò quantità minore, & anco la maggiore; onde poſto il minore 1. & il maggiore 2. p̃ R̃ 3.) ☍, i loro qnadrati ſaranno 1. ☉, & (7. p̃ R̃ 48.) ☉, la ſomma d'eſſi quadrati è (8. p̃ R̃ 48.) ☉, & queſta moltiplicata per (3. p̃ R̃ 3.) ☍ fa (36. p̃ R̃ 432. p̃ R̃ 192.) cu. cioè (36. p̃ R̃ 1200.) cu. ilche è eguale a 20. & ſchifando per 4. farà (9. p̃ R̃ 75.) cu. eguale a 5. perilche partendo 5. p̃ 9. p̃ R̃ 75. quantità de' cu. (che moltiplicati per il ſuo reſiduo 9. m̃ R̃ 75. fa 6. partitore ſimplice, & anco moltiplicato il 5. per l'iſteſſo reſiduo fa 45. m̃ R̃ 1875.) cioè partẽdo 45.m̃ R̃ 1875. per 6. & ne viene $7\frac{1}{2}$.m̃ R̃ $52\frac{1}{1\frac{1}{2}}$. queſto è il valore d'1. cu. onde la ☍, ch'è R̃ cuba d'1. cu. valerà la R̃ cuba d'eſſo auenimento, cioè valerà R̃ c.L $7\frac{1}{2}$. m̃ R̃ $52\frac{1}{1\frac{1}{2}}$. ℸ & queſta ſarà la minor quantità poſta 1. coſa.

Et ſe ſtando nel ſecondo queſito, cioè dicendo. Trouinſi due quantità nella proportione di 2. p̃ R̃ 3. ad 1. tali, che la differenza loro moltiplicata nella differenza de' quadrati loro facci 10.

Poſta pure la minor quantità 1. ☍, & la maggiore (2. p̃ R̃ 3.) ☍, che i loro quadrati ſono 1. ☉, & (7. p̃ R̃ 48.) ☉, la differenza de' quali è (6. p̃ R̃ 48.) ☉, queſta moltiplicata via (1. p̃ R̃ 1.) ☍, ch'è la differenza delle due quantità fa (18. p̃ R̃ 108. p̃ R̃ 48.) cu. cioe 18. p̃ R̃ 300.) cu. ilche è eguale a 10. & ſchifaro per 2. ſi riduce a 9. p̃ 75.) cu. eguale a 5, come di ſopra, perilche pure la ☍, vale R̃ c.L $7\frac{1}{2}$. m̃ R̃ $52\frac{1}{1\frac{1}{2}}$. ℸ & è la minor quantità. & per trouare la maggiore moltiplicaremo queſta per 2. p̃ R̃ 3. cioe per 1.c.L 26. p̃ R̃ 675. ℸ che fa R̃ c.L $7\frac{1}{2}$. p̃ R̃ $52\frac{1}{1\frac{1}{2}}$. ℸ. Onde le due quan-

2.piu r.3.
via 7.piu r.48.ſuo qnad.
fa 26.piu r.675.ſuo cubo.
r.c.L 26.pin r.675. ℸ
via r.c.L $7\frac{1}{2}$. m̃ r.$52\frac{1}{1\frac{1}{2}}$. ℸ
prodotto r.c.L 195.m̃ 187.$\frac{1}{2}$.
piu rad. $37968\frac{3}{4}$. m̃ r. $35208\frac{1}{4}$. ℸ. Cioe
r.c.L $7\frac{1}{2}$. piu r.$52\frac{1}{1\frac{1}{2}}$. ℸ
Quadriſi r.c.L $7\frac{1}{2}$. piu r.$52\frac{1}{1\frac{1}{2}}$. ℸ
r.c.L $7\frac{1}{2}$. piu r.$52\frac{1}{1\frac{1}{2}}$. ℸ
$56\frac{1}{4}$. r.$52\frac{1}{1\frac{1}{2}}$.
$52\frac{1}{1\frac{1}{2}}$. via r.225.
$108\frac{1}{4}$. fa r.$11718\frac{3}{4}$.
Il quad.è r.c.L $108\frac{1}{4}$. piu r.$11718\frac{3}{4}$. ℸ

r.675.via m̃ r.$\frac{6}{1}\frac{2}{5}\frac{5}{3}$.
421875.12.eſimi
140625. 4.
3 7 5 2.
50
37
fa m̃ $187\frac{1}{2}$.

26.via m̃ r.$52\frac{1}{1\frac{1}{2}}$. r.675.via $7\frac{1}{2}$.
r.676. r.$56\frac{1}{4}$.
$56\frac{1}{4}$. $168\frac{3}{4}$.
1352 4050
3380 3375
fa m̃ r.3520 $8\frac{1}{4}$. fa r.$37868\frac{3}{4}$.
42250 0 12 455625.12.
6 5 0 6 7 5

r.$\frac{1}{1\frac{1}{2}}$. entra in queſta volte m̃ 650. & in queſt'altra volte 675. però nella differenza, cioe in quello che reſta a cauare la m̃ minore dalla maggiore, entrarà volte 25. onde 25. cioe r.625. via r.$\frac{1}{1\frac{1}{2}}$. fa r.$52\frac{1}{1\frac{1}{2}}$. ch'è il reſtãte, cioe ch'è la ſomma d'eſſe due quantità, ò vogliamo dire, ch'è il valore di rad. $37868\frac{1}{4}$. m̃ rad.$35208\frac{1}{4}$.

tirà ſaranno r. c L $7\frac{1}{2}$ piu r.$52\frac{1}{1\frac{1}{2}}$. ℸ, & r.c.L $7\frac{1}{2}$. m̃ r.$52\frac{1}{1\frac{1}{2}}$. ℸ. Et i loro quadrati ſaranno r.c.L $108\frac{1}{4}$. piu r.$11718\frac{3}{4}$. ℸ. Et r.c.L $108\frac{1}{4}$. meno r.$11718\frac{3}{4}$. ℸ. Potiamo hora per ſodisfare a gli

Moltipliehifi 18.piu r.300.
via $7\frac{1}{2}$.m̃ r. $52\frac{1}{1\frac{1}{2}}$.
135.men.r.15625.
meno 125. 1 2 5.
fa 10.come bifogna.

r.300. via r. $56.\frac{1}{2}$. fa r.16875.
r.324. via men.r. $52.\frac{1}{1\frac{1}{2}}$. fa men.r.16875.

Studenti farne la proua; Et per breuità conſiderando, che la maggiore quantità alla minore ha la proportione di 2.piu rad.3.ad 1.li quadrati de i quali termini ſono 7.piu rad.48.& 1.conoſciamo,che il quad della maggiore al quad.della minore hà la proportione di 7.piu rad. 48. ad 1. onde il minor quad. entra nel maggiore volte 7. piu rad.48.però egli entrarà nella differenza loro vna volta manco,cioe volte piu 6. piu r.48. ma la minor quantità entra nel minor ſuo quad. per le volte da lei ſteſſa ſignificate, cioe volte r.c.L $7\frac{1}{2}$. meno r.$52\frac{1}{1\frac{1}{2}}$.7 però eſſa minor quantità entrarà nella differenza de'dui quadrati,per tante volte quanto è il prodotto, che naſce a moltiplicare r.c.L $7\frac{1}{2}$.meno r.$52\frac{1}{1\frac{1}{2}}$.7 via r.48.piu 6. Et queſto prodotto ſarà la differenxa de'quadrati delle due quantità. Onde moltiplicando r.c.L $7\frac{1}{2}$.meno r.$52\frac{1}{1\frac{1}{2}}$.7 via r.c.L $7\frac{1}{2}$.meno r.$52\frac{1}{1\frac{1}{2}}$.7 via r.48.piu 6. (ch'è quanto moltiplicare il minor quad.via r.48. piu 6.) il prodotto ſarà la differenza de'dui quad.

Aneora per euuare la minor quantità dalla maggiore, conſideraremo che la minore entra nella maggiore volte 2.piu r.3.però ella entrarà nella differenza loro vna volta manco,cioe volte 1.piu r.3. Onde moltiplicando eſſa minore r.c.L $7\frac{1}{2}$.meno r.$52\frac{1}{1\frac{1}{2}}$.7 via r.3.piu 1.il prodotto ſarà la differenza delle due quantità,che moltiplicata via la differenza de'loro quadrati, cioè via r.c.L $7\frac{1}{2}$.meno r.$52\frac{1}{1\frac{1}{2}}$.7 via r.c.L $7\frac{1}{2}$.men,r.$52\frac{1}{1\frac{1}{2}}$.7 via r.48.piu 6.deue fare 10. ma di queſte 5.quantità,che moltiplicate inſieme deuono produrre 10.le 3.r L L.moltiplicate inſieme fanno 7 $\frac{1}{2}$.meno r.$52\frac{1}{1\frac{1}{2}}$. (*cioe il cubo di r.c.L* $7\frac{1}{2}$.*meno r.*$52\frac{1}{1\frac{1}{2}}$.7 *che a moltiplicare tre quantità eguali fra loro,il prodotto è il cubo d'vna d'eſſe,onde a moltiplicare r.c.L* $7\frac{1}{2}$.*meno r.*$52\frac{1}{1\frac{1}{2}}$.7 *via r.c. L* $7\frac{1}{2}$.*meno r.*$52\frac{1}{1\frac{1}{2}}$.7 *via r.c.L* $7\frac{1}{2}$.*meno r.*$52\frac{1}{1\frac{1}{2}}$.7 *il prodotto è il cubo di r.c.L* $7\frac{1}{2}$.*meno r.*$52\frac{1}{1\frac{1}{2}}$.7 *ma il cubo d'vna r. cuba è il numero ò quantità d'eſſa,libera dalla denominatione di r.cuba,però haueremo* $7\frac{1}{2}$.m̃ *r.*$52\frac{1}{1\frac{1}{2}}$.) Et l'altre due r.48.piu 6.& r.3.piu 1.fanno, ò produeono 18.piu r.300.quale moltiplicato via l'altro prodotto detto $7\frac{1}{1\frac{1}{2}}$.m̃ r.$52\frac{1}{1\frac{1}{2}}$ fa 10. come biſogna, però ſiamo chiari, che la differenza delle due quantità trouate,moltiplicata nella differenza de' quadrati loro fa 10.

Aneora ſe delle 5.quantità dette,moltiplicaremo il prodotto delle due r.48.piu 6. via r.3. piu 1.qual prodotto è 18.piu r.300. via il prodotto di due dell'altre,eh'è rad.cuba L $108\frac{1}{2}$.men.rad. $11718\frac{3}{4}$.7 (il quad.cioe di rad.cuba L $7\frac{1}{2}$.meno rad.$52\frac{1}{1\frac{1}{2}}$.7) & il prodotto di queſto 4. (quale è rad.cuba L 1800.piu rad.3000000. 7 moltiplicaremo per l'altra quinta che rimane, quale è rad.cuba L $7\frac{1}{2}$. meno rad.$52\frac{1}{1\frac{1}{2}}$.7 il prodotto vedremo eſſere il 10.iſteſſo che conuiene. Quale operatione ſi è fatta in margine, accioche gli Studenti ſi faccino eſperti, & ſappiuo operare in eſſe facilmente,& con breuità.

Cubiſi 18.piu rad.300.
il quad.è 624.piu rad.300.volte 36
11232
10800
22032
648
624
1272
1272
r.1617984
via r.300
r. c. L 22032. piu rad. 485395200 7
via r.c.L $108\frac{1}{2}$.meno rad. $11718\frac{3}{4}$.7
176356
21032
7344
2386800
me.2385000
1800
$3906.\frac{1}{4}$.
$6\ 2\frac{1}{2}$.
30
$62\frac{1}{4}$.

r.3.entra in qſta r.volte 10.via 1272.cioe volte 12720
r.3.entra in queſta r.volte $62\frac{1}{2}$.
via $62\frac{1}{1}$.
25440
76320
6360
795000

però il quad.di r.3.entra nel prodotto d'eſſe r.volte 795000 onde moltiplicato per 3. fa 2385000. & queſto è il prodotto d'eſſe rad. & è meno, eſſendo delle producenti rad.l'vna più, & l'altra meno.

$108\frac{1}{2}$.

108 $\frac{1}{2}$. via 12710. via r.3. & è piu.

108 $\frac{1}{2}$.

10176

12710

4240

Cioe 1378000. via rad.3. & è piu

1377000.

la differenza è 1000 via r.3. & fa r.3000000. & è piu.

il ꝓdotto è r.c.L 1800. piu r.3000000 ⅂

da moltiplicare via r.c.L $7\frac{1}{2}$. m̃ r.$52\frac{1}{2}\frac{1}{2}$. ⅂

126 156250000

900

13500 12500

meno 12500

1000

22032. via $62\frac{1}{2}$. via r.3. & è meno.

$62\frac{1}{2}$.

44064

132192

11016

Cioe 1378000. via rad.3. & è meno.

r.3240000

via meno r. $52\frac{1}{2}\frac{1}{2}$.

27

16848

fa meno r. 168750000

r.3000000

via r. $56\frac{1}{2}$.

fa rad. 16875000

fa radice cuba L 1000. ⅂ cioe 10. come biſogna.

Ancora ſe la maggior quantità alla minore hà la proportione di 2. piu rad.3. ad 1. Quando la maggiore fuſſe 1. la minore faria 2. meno r.3. (che ſe 2. piu rad.3. douenta 1. all'hora 1. douentaria 2. meno rad.3 cioe ſe 2. piu rad.3. da 1. eſſo 1. daria 2. meno rad.3. che partito il prodotto d'1. via 1. cioe 1. per 2. piu rad.3. ne viene 2. meno rad.3. che queſto Reſiduo auenimento moltiplicato con il ſuo binomio, ch'è il partitore fa 1. come anco 1. via 1. fa 1.) Hora poſta la quantità maggiore 1.ⲝ, la minore ſarà (2. meno rad.3.) ⲝ, li loro quadrati ſono 1.ⲝ& (7. meno rad. 48.) ⲝ, la loro differenza è (rad.48 meno 6.) ⲝ, che moltiplicata via (rad.3. meno 1.) ⲝ, differenza delle due quantità fa (18. meno rad.300.) ⲝ, & queſto è eguale a 10. però la ⲝ valerà rad. L $7\frac{1}{2}$. piu rad. $52\frac{1}{2}\frac{1}{2}$. ⅂ & queſta è la maggiore delle due quantità; Ouero poſta la maggiore 1.ⲝ, & la minore (2. meno rad.3.) ⲝ, la ſomma loro ſarà (3 meno rad.3.) coſe, che moltiplicata via la ſomma de' quadrati loro, ch'è (8. meno rad.48.) ⲝ, fà (36. meno rad. 1200.) ⲝ, & queſto ſarà eguale a 20. però il ⲝ, & la ⲝ, valeranno come s'è detto (che ſchiſato per 2. queſto anco è (18. meno rad. 300.) ⲝ eguale a 10. & moltiplicato ciaſcuna quantità per 18. piu rad. 300. ſi riduce a 24.ⲝ eguale a 18. piu rad.3000.) onde la quantità maggiore ſarà rad.L $7\frac{1}{2}$. piu rad.$52\frac{1}{2}\frac{1}{2}$. ⅂ quale rad.L ⅂ è quanto rad. cuba $3\frac{3}{4}$. pin rad.quadra cuba $\frac{3}{4}\frac{5}{8}$. Et la quantità minore ſarà il ſuo Reſiduo, cioe rad.cuba L $7\frac{1}{2}$. meno rad $52\frac{1}{2}\frac{1}{2}$. quale è quanto rad.cuba $3\frac{3}{4}$. meno rad.q.c. $\frac{3}{4}\frac{5}{8}$.

(rad.48. meno 6.) ce

(rad. 3. meno 1.) ⲝ

(18. meno rad.300.) Eguale a 10.

18. meno rad 300.

24.ⲝ. Eguale a 180. piu rad.30000.

1250.

1.ⲝ. Vale $7\frac{1}{2}$. piu rad.$52\frac{1}{2}\frac{1}{2}$.

però 1. coſa. Vale rad.c.L $7\frac{1}{2}$. piu rad. $52\frac{1}{2}\frac{1}{2}$. ⅂

Et nel queſito medeſimo di trouare due quantità tali, che il dutto della differenza loro, nella differenza de' quadrati loro ſia 19. Et che il dutto della ſomma loro nella ſomma de' quadrati loro ſia 20. Se noi attendendo ſolo ad vna parte del queſito diremo.

Trouinſi due quantità tali, che il dutto della differenza loro, nella differenza de' quadrati loro ſia 10. Et anco ponendo la maggiore delle due quantità eſſere poniamo 3. ſi dica la minore eſſere 1. coſa.

Et perche la differenza de' quadrati di due quantità è il dutto della ſomma loro nella differenza loro; Si potrà anco dire, che il dutto della differenza delle due quantità, nella differenza de' loro quadrati, è quanto il dutto della differenza loro, nel prodotto della differenza loro, nella ſomma loro, cioè è quanto il dutto del quad. della differenza loro nella ſomma loro. Onde eſſendo la minore 1. co. & la maggiore 3. la differenza loro ſarà 3. meno 1. co. il ſuo quad. è 9. meno 6. co. ꝑ 1. ce. che moltiplicato via 3. ꝑ 1. co ſomma delle due quantità fa 27. meno 9. co. meno 3. ce. ꝑ 1.ⲝ. Et queſto deue eſſere 10. Onde accomodando le parti haueremo 1.ⲝ ꝑ 17. Eguale a 3. ce. piu 9. co. doue la co. vale alquanto manco di $1\frac{1}{2}\frac{3}{4}$. ma piu d'1 $\frac{5}{10}\frac{1}{0}$.

Et ponendo la minor quantità 3. & la maggiore 1. co. i loro quadrati ſono 9. & 1. ce. la loro differenza

ferenza è 1.ce.meno 9 che moltiplicato vi è 1.co. m̃ 3. la differenza delle due quantità, il prodotto è pure 1.cu.meno 3.ce.m̃ 9.co.p̃ 27. & è eguale a 10. onde come prima si ridurrà a 1.cu.p 17. Eguale a 3.ce.p̃ 9.co. doue la co. vale alquanto manco di $4\frac{1}{4}$. ma alquanto piu di $4\frac{1}{11}$.

Et in questa Equatione d' 1.cu.p 17. Eguale a 3.ce. p̃ 9.co. la cosa si viene a valere fra $1\frac{1}{4}\frac{1}{10}\frac{1}{9}$. & $1\frac{1}{2}\frac{1}{3}$. Et anco può valere fra $4\frac{1}{6}$. & $4\frac{1}{5}$. perche nel Capitolo, ò Equatione ai cu. & numero Eguale a ce. & co. la co. può hauere due valute.

Ma trouate le due valute della co. cioè ò sia la maggiore quantità 3. & la minore fra $1\frac{1}{4}\frac{1}{3}$. & $1\frac{1}{4}\frac{1}{10}\frac{1}{9}$. ò sia la minore 3. & la maggiore fra $4\frac{1}{6}$. & $4\frac{1}{5}$. potrà bene essere, che la differenza delle due quantità, moltiplicata nella differenza de' dui quadrati loro facci 10. ma già non seguirà poi che la somma loro moltiplicata nella somma de' quadrati loro facci 20. Poiche la posizione fatta tende tutta, & si serue solo del 10. Et anco delle due quantità ne piglia vna a beneplacito, ch'è il 3. perilche la solutione seruirà solo alla prima parte del quesito.

Et se attendendo alla seconda parte, cioè formando vn quesito, che contenga solo la seconda parte diremo.

Trouinsi due quantità, la somma delle quali, moltiplicata via la somma de' loro quadrati facci 20.

Et se anco vorremo fingere, che la minore sia data essere 3. poneremo poi la maggiore 1.co. i loro quadrati sono 9. & 1.ce. & in somma fanno 1.ce. p̃ 9. che moltiplicato via 1 co. p̃ 3. somma delle due quantità fa 1.cu. p̃ 3.ce.p̃ 9.co p̃ 27. ilche sarà eguali a 20. Cioè 1.cu.p 3.ce p̃ 9.co.p 7. eguale a 0. ilche è impossibile. Et questo occorre perche il 27. che viene ad essere il cubo di 3. posto essere la minore quantità è maggiore di 20. onde conuerria che il 3. fusse tale, che il suo cubo non arriuasse a 20.

Ma dato che la maggior quantità fusse 3. posta la minore 1.co. la somma de' loro quadrati è 9. p̃ 1.ce. che moltiplicato via 3. p 1.co. somma delle due quantità fa pure 27. p 9.co. p̃ 3.ce.p 1.cu. Et questo è eguale a 20. perilche si peruiene alla istessa Equatione d' 1.cu.p 3.ce. p 9.co.p 7. Eguale a 0. ilche essendo impossibile ci mostra, che anco la maggior quantità può essere 3. Et ben si vede, che essendo la maggior quantità 3. quando anco la minore fusse molto piccola, & quasi 0. il solo quad. della maggiore che saria 9. (non che la somma de' quadrati d'ambedue, che saria piu di 9.) moltiplicato in essa sola maggiore 3. (nõ che nella somma d'ambedue loro, che saria piu di 3.) saria 27. (cubo d'esso 3.) ch'è molto maggiore del 20. dato, però essa maggiore, conuiene che sia manco della rad. cuba del 20. dato.

Et se ponessimo essa maggior quantità essere 2. & la minore 1. co. la somma de' loro quadrati saria 4. p 1.ce che moltiplicato via 2. p 1.co. somma delle due quantità fa 8. p̃ 2.ce. p̃ 4.co. p 1.cu. ilche è eguale a 20. cioè 1.cu. p 2.ce. p̃ 4.co. Eguale a 12. doue la co. vale manco d' $1\frac{1}{3}$. pero la minor quantità saria manco d' $1\frac{1}{3}$.

Et ponendosi la minor quantità 2. & la maggiore 1.co. ancora la somma de' loro quadrati, & la somma delle due quantità sariano le istesse, & però il prodotto loro saria l'istesso, & però la istessa Equatione, ma all'hora perciò la co. valeria l'istesso, cioè manco d' $1\frac{1}{3}$. (perche quando quante si vogliono dignità sono eguali a numero, la co. non può hauere se non vna sola valuta, che non si può variare essa valuta, perche accrescendosi, ò scemandosi ne seguiria, che ancora il valore delle dignità Algebratiche si accrescerìa, ò scemaria, & cosi la somma loro si accrescerìa, ò scemaria, onde ella non potria poi essere eguale al numero dato, al quale esse dignità si dicono essere eguali.) Et cosi il 2. non saria la minore quantità delle due, ma anzi la maggiore. Et ciò auuiene perche nella positione di 2. & 1.co. si viene a dire, che delle due quantità l'vna è 2. & l'altra 1.co. ne in essa positione occore cosa che facci conoscere, ò astringa il 2. essere la maggiore, ò la minore, poiche & esse due quantità, si sommano insieme, & anco i quadrati loro, le quali somme sono sempre le istesse ne variano, ò sia il 2 minore d' 1.cosa, ò sia maggiore, onde nel proporre il quesito basta dire, che delle due quantità l'vna è 2. & si cerca l'altra.

2 2.p̃ 1.co.	maggiore 3. 3.m̃ 1.co.	minore 3. maggiore 3.p̃ 1.co.
4 p 4.co.p 1.ce.	quadrati 9. 9.m̃ 6.co.p̃ 1.ce.	9. 9.p 6.co.p̃ 1.ce.
8.p 4.co.p 1.ce.	differenza. 6.co.m̃ 1.ce.	differenza de quad. 1.ce.p 6.co.
via 4.p 1.co.	differenza delle quantità 1.co.	differenza delle due quantità 1.c.
fa 12.p 2 $\frac{1}{3}$.co.p 8.ce.p 1.cu. Eguale a 20. Cioè 1.cu.p 8.ce.p 24.co.p̃ 12. Eguale a 0.	prodotto 6.ce.m̃ 1.cu. eguale a 10. cioè 6.ce. eguale a 1.cubo p 10.	prodotto 1.cu.p 6.ce. Eguale a 10.

Et

Et ben si vede, che se la minore si dicesse essere 2. il quesito saria impossibile, perche quãdo l'altra maggiore (& però piu di 2.) fusse poniamo 2 $\frac{1}{10}$ $\frac{}{0}$. il suo quad. saria piu di 4. che con il 4. quad. di 2. saria piu di 8. che moltiplicato via la somma delle due quantita, ch'è piu di 4. saria piu di 32. ch'è molto maggiore del 20. dato.

Ma della istessa impossibilita ci faria accorgere l'Algebra, se dicemposi pure la minore essere 2. poneremo poi che la maggiore sia 2.p 1.co. che cosi si peruerria ad 1.cu.p 8.ce. piu 24.co. piu 12. Eguale a 0. ch'è impossibile.

Ancora nel primo quesito dove si dice che il dutto della differenza delle due quantita, nella differenza de i quadrati loro è 10. potremo vsare questo istesso modo di positione, che volendo la maggiore delle due quantita essere 3. la minore si potra dire essere 3. m 1.co. & si peruerria a 6. ce. Eguale ad 1. cubo piu 10. Che ponendo la minore 3. & la maggiore 3. piu 1.co si peruerria ad 1.cu. piu 6.ce. Eguale a 10.)

Hora auertiremo, che con la Regola data da principio, hauendo trouato le due quantità cercate, essere l'vna maggiore r.c. 3 $\frac{1}{2}$. p r.q.c. $\frac{1}{4}$ $\frac{5}{6}$. Et l'altra minore, il suo Residuo, cioe r c. 3 $\frac{1}{2}$. m r.q.c. $\frac{1}{4}$ $\frac{5}{6}$. Et poi anco in altro modo vedendo la maggiore essere r.c.L 7 $\frac{1}{2}$. piu r. 52 $\frac{1}{1}$ $\frac{}{2}$.] & la minore il suo Residuo r.c.L 7 $\frac{1}{2}$. meno r. 52 $\frac{1}{1}$ $\frac{}{2}$.] veniamo a conoscere, che ò due diuerse solutioni può hauere il quesito, cioe che si possono trouare due quantità che faccino quanto si propone, & poi anco due diuerse da quelli, Ouero (come è veramente il vero) che le due seconde sono l'istesse che le due prime, cioe che r.c.L 7 $\frac{1}{2}$. piu r. 52 $\frac{1}{1}$ $\frac{}{2}$.] è quanto r.c. 3 $\frac{1}{4}$. piu r.q.c. $\frac{1}{4}$ $\frac{5}{6}$. Et che similmente il Residuo r.c.L 7 $\frac{1}{2}$. meno r. 52 $\frac{1}{1}$ $\frac{}{2}$.] è quanto il Residuo r.c. 3 $\frac{1}{4}$. meno r.q.c. $\frac{1}{4}$ $\frac{5}{6}$. Et per chiarircene cubaremo r.c. 3 $\frac{1}{4}$. piu r.q.c. $\frac{1}{4}$ $\frac{5}{6}$. & vedendo che fa a punto 7 $\frac{1}{2}$. piu r.c. 52 $\frac{1}{1}$ $\frac{}{2}$. quanto anco è il cubo di r.L 7 $\frac{1}{2}$. piu r. 52 $\frac{1}{1}$ $\frac{}{2}$.] siamo sicuri che dette due quantità sono eguali, ò vogliamo dire significano, ò vagliono l'istesso, & che pereiò 7 $\frac{1}{2}$: piu r 52 $\frac{1}{1}$ $\frac{}{2}$. è binomio cubo (*non ostante che la differenza de quadrati delle sue due parti, cioe 56 $\frac{1}{4}$. & 52 $\frac{1}{1}$ $\frac{}{2}$. qual differenza è 4 $\frac{1}{0}$. non sia numero cubo, come secondo l'oppinione comune de i famosi Scrittori douersia essere essa differenza, accio si potesse tentare se il binomio sia cubo,*) & la sua r. cuba è r.c. 3. $\frac{1}{4}$. piu r.q.c. $\frac{1}{4}$ $\frac{5}{6}$. Onde si deue con ogni affetto ringratiare sommamente Iddio, che ci habbi illustrato l'intelletto a peruenire a tale cognitione, & tanto altamente accrescere ornamento alla Dottrina delle quantità, O se fossero hora fra noi gli Eccellentissimi Nonio, & Bombelli, ingegni admirabili, & alcuni simili, che hanno apportato immenso splendore ad essa Dottrina, & in ciò pensato anzi tenuto per certo, che simili Binomij non habbino rad. cuba particolare, & essere impossibile passare piu auanti in ciò (*come ci scorge massime da quello, che scriue il Nonio nel fine della sua Algebra*) quanto, ò quanto si rallegrarebbono come veri, & ingenui amatori della Scienza, vedendosi passar pure questi termini, & ampliarla di tanto, oltre ancora al loro pẽ siero, per non hauere essi stante la bruietà della vita, hauuto quell'occasione, che hora il benignissimo Iddio si è compiacciuto concedere a me, che non è dubio alcuno, che ancor'essi di continuo sarebbono passati auanti a nuoue, & sottilissime speculationi; Dhe voi Giouani nobili di progenie, comodi di ricchezze, & robusti per vigorosa sanita del Corpo, adoprate questa tanta copia di Stromenti concessiui cosi liberalmente dalla Natura, ad illustrare i vostri intelletti, a nobilitare i vostri nomi, ad apportare ornamento alle Scienze, ad operar sempre a gloria di N. S. Dio, & giouamento vniuersale; & non lassate passar giorno sine linea, come ne ammonisce il saggio Platone, perche il tempo mai ritorna indietro, ò stà fermo, & se quello che si potria fare hoggi si aspetti a fare domani, si viene a perdere quello che (*hauendo operato hoggi*) si faria poi domani, & cosi si resta con tal dãno non mai piu ricompensabile; Accendete, accendete gl'animi vostri al vero honore, & per consequenza alla salute (*che come dice il dottissimo Tasso nella Gierusalemme liberata.* *LA VIA d'HONOR della SALVTE è via*) che si acquistano cõ l'operare virtuosamente, & con l'ornarui di Scienze Illustri, gioconde, & proficue; Sdegnateui, Sdegnateui dico di far dimora nell'otio ignobile, vile, & infame, che tende ad estinguere con tutti i beni, la Illustre Fama, & fa venire in disprezzo a tutti i buoni; Vdite quello, che dice l'istesso giudiciosissimo Tasso.

„ *La sopra l'erto, & faticoso colle* *Della Virtù riposto è il vostro bene.*
„ *Chi non gela, & non suda, & non si estolle* *Dalle uie del piacer la non peruiene.*

Ma torniamo al nostro quesito, & con l'occasione datoci da esso, mediante l'aiuto Diuino essercitando il discorso naturale, vadasi speculando come si possa trouare la causa, & Regola da conoscere come essi Binomij, & Residui siano Cubi, & come se ne troui la loro radice cuba. Onde cominciando dal considerare il modo di cubare vna quantita composta, ò imaginata, componersi da dui nomi, poniamo d'hauere a cubare A piu B. il qual cu. è ẽllo, che nasce a moltiplica-

re eſſo A piu B via il quadrato del medeſmo A piu B. Ma il quadrato d'eſſo A. piu B conſta, ò ſi compone di tre prodotti, che ſono il quadrato di A. Il doppio di A via B. Et il quadrato di B.

Cubiſi A piu B.

A piu B
via A piu B
quad.di A. Doppio di A.via B. quad.di B.
via A. piu B.
primo cubo di A. Secondo A.via il doppio di A.via B. Terzo A.via il quad.di B.
ouero A.via A.via il doppio di B.
cioe il quad.di A.via il doppio di B.
Quarto B.via il quad.di A. Sesto Cubo di B.
Quinto B via il doppio di A.via B.
cioe il quad.di B.via il doppio di A.

Ma il Secondo, & Quarto ſono quanto il quad.di A.via 3.volte, ò via il triplo di B.
Ouero (che reſulta l'iſteſſo) ſono quanto il dutto di B.nel triplo del quad.di A.
Ancora il Terzo, & Quinto ſono quanto il quad. di B. via il triplo di A. ò vogliamo dire ſono quanto il dutto di A.nel triplo del quad.di B.
Onde il Cubo di A.piu B. cioe il Cubo d'vn Binomio conſta di quattro prodotti, che ſono.
Il Cubo del primo nome, ò prima parte.
Il Cubo della ſeconda.
Il dutto della prima, nel triplo del quadrato della ſeconda.
Il dutto della ſeconda, nel triplo del quadrato della prima.

quali tre prodotti moltiplicati di nuouo per A.piu B.cioe ciaſcun d'eſſi per A.& anco per B. li 6. prodotti ſaranno come ſi vede in margine, quali breuemente ſi riducono ſolo in 4. che ſono. Il cubo di A. Il cubo di B. A.nel triplo del quad.di B. Et B. nel triplo del quadrato di A. Onde ſi conoſce, che quando vna quãtità è diuiſa in due parti. Il cubo d'eſſa quantità è eguale a queſti quattro prodotti, cioe. Al cubo della prima parte. Al cubo della ſeconda parte. Al dutto della ſeconda nel triplo del quadrato della prima. Et al dutto della prima parte nel triplo del quad.della ſeconda.

Concluſo queſto, noi preſa la ſopradetta quantità, ò binomio rad.c $3\frac{3}{4}$. piu r.q.c. $\frac{2}{4}\frac{5}{8}$. per trouare il ſuo cubo, ò per cubarla la intenderemo diuiſa nelle ſue due parti r.c. $3\frac{3}{4}$. Et r.q.e. $\frac{2}{4}\frac{5}{8}$. & con eſſe formaremo i quattro prodotti, che deuono componere il cubo d'eſſa quantità; Onde Il cubo di r.c., $\frac{3}{4}$. prima parte ſarà $3\frac{3}{4}$. Il cubo di r.q.c. $\frac{2}{4}\frac{5}{8}$. ſeconda parte ſarà r. q. $\frac{2}{4}\frac{5}{8}$. Ancora il dutto della prima parte nel triplo del quadrato della ſeconda è $3\frac{3}{4}$. Et il dutto della ſeconda parte nel triplo del quad.della prima è r.$42\frac{3}{4}\frac{5}{16}$. quali quattro prodotti riſtretti, & accomodati inſieme ſi riducono in ſomma a $7\frac{1}{2}$. piu r. $52\frac{1}{4}\frac{1}{2}$. Et queſto è il cubo del binomio dato r.c. $3\frac{3}{4}$. piu r.q.e. $\frac{2}{4}\frac{5}{8}$. Et coſi ſappiamo il prodotto trouato, cioe $7\frac{1}{2}$. piu r. $52\frac{1}{4}\frac{1}{2}$. eſſere veramente binomio cubo, & per ſua r.cuba hauere vn'altro binomio compoſto di r.c. & r.q.c. che è il detto r.c. $3\frac{3}{4}$. piu r.q.c. $\frac{2}{4}\frac{5}{8}$. Et pereiò ſimilmente il ſuo Reſiduo $7\frac{1}{2}$. m̃ r. $52\frac{1}{4}\frac{1}{2}$. è Reſiduo cubo, & la ſua r.cuba, è il Reſiduo r.c. $3\frac{3}{4}$. m̃ r.q.c. $\frac{2}{4}\frac{5}{8}$.

Cubiſi r.c. $3\frac{3}{4}$. piu r.q.c. $\frac{2}{4}\frac{5}{8}$.

Il cubo della prima parte è $3\frac{3}{4}$.
Il cubo della ſeconda parte è r.q. $\frac{2}{4}\frac{5}{8}$.
Il quad.della prima parte è r.c. $\frac{2}{1}\frac{5}{6}$.
Il ſuo triplo è r. c. $\frac{6}{1}\frac{0}{6}\frac{7}{6}\frac{5}{6}$. che ridutto a r.q.c. è r.q.c. $\frac{6}{1}\frac{0}{6}\frac{7}{6}\frac{5}{6}$. via r. q. c. $\frac{6}{1}\frac{0}{6}\frac{6}{6}\frac{5}{6}$. quale moltiplicata via r.q.c. $\frac{2}{4}\frac{5}{8}$. ſeconda parte fa rad.quadra cuba $\frac{307546875}{16.\text{via}\,16.\text{via}\,16.}$ che preſane la ſua rad. cuba, ſi riduce a rad.q. $\frac{6}{1}\frac{7}{6}\frac{5}{6}$. ò vogliamo dire r.$42\frac{3}{1}\frac{5}{6}$.
Il quad. della ſeconda parte è r. cuba $\frac{2}{4}\frac{5}{1}$. il triplo d'eſſo è r.c. $\frac{2}{1}\frac{5}{6}$. che moltiplicato via r.c. $\frac{1}{4}\frac{5}{4}$. prima parte fa r.c. $\frac{1}{4}\frac{5}{4}$. via $\frac{2}{1}\frac{5}{6}$. che per eſſere il $\frac{2}{1}\frac{5}{6}$. quanto il quad. di $\frac{1}{4}\frac{5}{4}$. ſi vede, che eſſo prodotto ſi riducc a $\frac{1}{4}\frac{5}{4}$.

2025
$\frac{6}{1}\frac{0}{6}\frac{7}{6}\frac{5}{6}$. via $\frac{6}{1}\frac{0}{6}\frac{7}{6}\frac{5}{6}$. via $\frac{2}{4}\frac{6}{8}$.
16
6075
25
151875
2025
3796875
303750
307546875
6 7 5
216
91546
84763
6783875
6783875

60 7
60 7
3600 49
3 3
10800 147
7 60
75600 8820
8820
343
84763

som-

2025.
ſommiſi rad. $\frac{1}{4}\ \frac{5}{8}$. con rad. $\frac{6}{1}\ \frac{7}{6}\ \frac{5}{6}$.
entra per rad. 81. cioe 9. volte

1
però nella ſomma entra 10. volte
onde r. 100. via tad. $\frac{2}{4}\ \frac{1}{8}$.
fa rad. $\frac{6}{1}\ \frac{2}{1}\ \frac{5}{2}$. via rad. $52\ \frac{1}{1}\ \frac{1}{2}$.

670	5
670	5
448900	25
3	3
1346700	75
5	670
6733500	50250
50250	
125	
6783875	

ò proprietà detta della quantità diuiſa in due parti, al quale eſſo modo di pigliare la rad. cuba de' numeri depende; Et per moſtrarlo con vn ſimplice eſſempio. Sia propoſto poniamo 84548609. da pigliarne, ò trouarne la rad. cuba, in eſſo puntate le ſue figure a tre a tre, cominciando da man deſtra (*perche il cubo delli numeri contenuti da vna ſola figura, cioe che non paſſano 9 è al piu di tre figure, & il cubo delli numeri contenuti da due figure, cioe da 10. a 99. è al piu di 6. figure, ma almeno di 4. figure. Et delli numeri contenuti da 3. figure, è al piu di 9. figure, & almeno di 7. figure, cioè di 7. ò di 8. ò di 9. figure; Et delli numeri contenuti da 4. figure, è di 10. 11. ò 12. Et delli contenuti da 5. figure, è di 13. ò di 14 ò di 15. & coſi ſeguendo di tre in tre*) perche il numero dato riceue 3. punti, la premo, che il numero che ſia la $\sqrt[3]{}$ del dato ſarà contenuto da 3 figure, delle quali la prima ſiniſtra ſarà la $\sqrt[3]{}$ cuba di 84. che è 4. & auanza 20. hora per trouare la ſeconda figura da ponere ſotto all'8. puntato, noi fingeremo di douer pigliare la $\sqrt[3]{}$ cuba di 84548. ſolamente che contiene i dui punti ſiniſtri, & che perciò la ſua $\sqrt[3]{}$ cuba ſarà vn numero contenuto da due figure, delle quali la prima ſiniſtra è il 4. gia trouato, quale riſpetto alla ſeguente da trouarſi hà ſignificato di decine, & però

84548609	A 40	B 3	a 430	b 8	Per formare il denominatore del rotto.
4 3 8	40	3	430	8	438
64	1600	9	184900	64	439
20548	3	3	3	3	192282
15507	C 4800	37 E	c 554700	192 e	3
5041609	B 3	40 A	b 8	430 a	576846
4520672	D 14400	1080 F	d 4437600	82560 f	1
438 $\frac{1}{5}\ \frac{2}{7}\ \frac{0}{6}\ \frac{6}{8}\ \frac{7}{4}\ \frac{2}{7}$.	F 1080		f 82560		576847
	G 27		g 512	denominatore	
	H 15507		h. 4520672		

Ouero
1314
439
576846
1

Proua trouando il cubo dell'intiero 438.

438	
438	
191845	
153475 2	
575532	
767376	
84027672	
520937	
8454869	

439
439
192721
1734489
578163
770884
84604512
84027679
576847

differenza delli dui cubi proſſimi, che è il denominatore del rotto.

ſignifica 40. Queſto 40. inſieme con la figura da trouarſi, ò ſia ella 1. ò 2. ò 3. ò 4. ò altra ſino a 9. (ò ſia ella zero) contenirà il total numero, che è $\sqrt[3]{}$ cuba dell'84548. qual numero ſaria ò 41. ò 42. o 43. ò altro ſino a 49. onde conſiderato il numero di due figure continente la $\sqrt[3]{}$ cuba da trouarſi eſſere diuiſo in

ſo in due parti, che ſiano il 40. A noto, & il B ignoto, ma da trouarſi, & ſapendo, che il cubo d'vna quantità diuiſa in due parti è eguale a 4. prodotti, che ſono il cubo di A. Il cubo di B. Il dutto di B. nel triplo del quad. di A. Et il dutto di A. nel triplo del quadrato di B. conoſciamo che dall'84548. cauando vno di queſti 4. prodotti, cioè il cubo di A 40. qual cubo è 64000, cioè 64 milliara, che cauato dall 84. milliara, reſta 20. milliara, alquale accompagnato il 548. fa 20548. che è il totale reſtante, in queſto reſtante doueranno contenerſi gli altri 3. prodotti, che ſono il dutto di B. nel triplo del quad. di A. Il dutto di A nel triplo del quad. di B. Et il cubo di B. conuerrà dunque che B. ſia tale figura (più grande che ſia poſſibile) che con eſſa formati detti 3. prodotti la ſomma ſi poſſa cauare dal 20548. cioè non ecceda eſſo 20548. (perche eccedendolo il B. preſo ſaria troppo) ma che reſti manco che ſia poſſibile, accioche il B come biſogna ſia la maggior figura che ſi poſſa trouare; Onde fatto il triplo del quad. di A, cioè moltiplic. A. 40. in ſe ſteſſo, che fa 1600. & q̃ſto p 3. che fa 4800. & ſia C, q̃ſto C, moltipl. poi p il B. che ſi trouarà ſarà vno delli 3. prodotti detti, quale C hora 4800 perche egli nel 20548. dal quale ſi hà da cauar la ſomma delli 3. prodotti entra ſolo 4. volte, conoſciamo che il B. quale ſi cerca non può eſſere più di 4. ma douerà eſſere 4. ò manco di 4. cioè ò 3. ò 2. &c. Onde ponendo egli eſſere 4. moltiplicato via C 4800. fa 19200. per vno delli 3. prodotti, & chiamiamolo primo. Ancora per il ſecondo, il triplo del quad. di eſſo B 4. è 48. da moltipl. con A. 40. & fa 1920. che con il primo ꝑdotto (ſenza anco porui il terzo, che ſaria il cubo di eſſo 4.) fa piu del 20548. perilche ſi vede, che quello 4. è troppo, poneremo dunque il B. eſſere ſolo 3. che moltiplicato via C 4800. fa 14400. per il primo prodotto, & la potiamo chiamare D. Ancora il quad. di eſſo 3. B è 9. che triplato fa 27. & queſto moltiplicato per 40. A fa 1080. che è il ſecondo prodotto, & ſi può chiamare F. Et il terzo è il cubo di 3. B. cioè 27. quali 3. prodotti ſommati inſieme faſino 15507. che ſi può cauare dal 20548. però 3. è il vero B cercato, da ponere ſotto all'8. puntato. Et dal 20548. cauato il 15507. ſcrittoli ſotto reſta 5041. Onde fin hora ſappiamo la R̃ cuba di 84548. eſſere 43. & auanzare 5041. Ouero conſiderando, ò hauendo riſpetto al totale 845486P9. potremo dire, che la R̃ cuba di 84548. milliara è 43. decine, & auauza 5051. milliara. Seguendo mò a trouare la ſeguente figura da ponere ſotto al 9. puntato, riſpetto alla quale, & chiamiamola b. il 43. a lei ſiniſtro è 43. decine, cioè 430 fingeremo pure, ò cõſideraremo, che il num. totale, quale hà da eſſere R̃ cuba dell'84548609 ſia diuiſo in due parti, che ſono il 430. a, & il b ignoto, onde il cubo d'eſſo num. totale, ſarà eguale alla sõma de' quattro prodotti ordinarij, cioè al cubo di 430. al dutto di b nel triplo del quad. di 430. a. Al dutto di 430. a nel triplo del quad. di b. Et al cubo di b; Onde dall'84548609. eſſendo cauato il cubo di 430. a (che è vno de' quattro prodotti) nel reſtante quale è 5041. milliara, & il 609. di più, cioè è 5041609. doueranno contenerſi li altri tre prodotti ordinarij detti; Hora formato il triplo del quad. di 430. egli è 554700. quale moltiplicato con il b ignoto produrrà il primo de' tre prodotti, & conſiderato che queſto 554700. nel 5041609. entra 9. volte, ma auanza poco, talmente che il ſecondo, & terzo prodotto gionti al primo, la ſomma loro eccederia il 5041609. conoſciamo che b. non può atriuare a 9. onde poſto che ſia 8. lo moltiplicaremo con il triplo del quad. di a, & fa 4437600. che è il primo prodotto; Ancora moltiplicaremo il triplo del quad. di 8. b, con 430, & fa 82560, che è il ſecondo prodotto, & il cubo di 8. b, cioe 512. è il terzo prodotto, quale ſommato con gl'altri dui detti, fa 4520672, & queſto ſi può cauare dal 5041609. però 8. è la figura cercata da ſcriuere ſotto al 9 puntato, & aneo ſi ſcriua il 4520672. ſotto al 5041609. cauandolo da lui, che reſta 520937. & queſto è il fine della operatione non vi eſſendo altre figure da trouare, ò altri punti da ſottoſcriuerui altre figure (che quãdo vi fuſſero altri punti quanti ſi voglino, noi nel modo iſteſſo ad vna ad vna andareſſimo trouando le figure da ſcriuerli ſotto, & quando alcuna d'eſſe figure che ſi trouaſſero fuſſe zero, cioe 0. all'hora la operatione che ſi faceſſe con eſſa ſaria ſimilmente zero, & perciò non accaderia a cercarne i 3. prodotti, che eſſi fariano in ſomma niente, & cauari dal numero che ſi haueſſe reſtaria l'iſteſſo numero, onde accompagnateli le 3. ſeguenti figure del numero dato ſi cercaria al modo ſolito la figura da ponere ſotto alla terza di dette 3. figure, qual terza figura è quella dal punto.) Et coſi haueremo trouato, che la R̃ cuba dell'84548609. è 438. & auanza 520937. con il quale auanzo poſtolo per numeratore ſopra ad vna riga, ſe vorremo formare il rotto per trouare il denominatore quale poniamo eſſere il numero in che il cubo del 438. trouato è ſuperato dal cubo di 439. intiero proſſimo ſeguente; noi (come potremo dedurre dal diſcorſo, che intorno a ciò ſi farà qui ſotto) moltiplicaremo il 438. per il 439. & triplaremo il prodotto, cioe lo moltiplicaremo per 3. Onde haueremo 438. 439. 3. da moltiplicare fra loro; perilche la operatione riuſcirà molto breue, ſe moltiplicaremo il 438. per 3. & il prodotto 1314. che ſi troua ſenza fatica, moltiplicaremo poi per l'altro numero 439. Ouero moltiplicaremo 439. per 3. & il prodotto 1317. ſi moltiplicarà per 438. che in qual ſi vogli modo l'vltimo prodotto ſarà 576848. al quale ſi giunge ſẽpre 1.

che

che è il Cubo di 1. in che il 439. ſupera il 438.& fa 576847. quale per denominatore ſcriueremo ſotto alla riga,& diremo la rad.cuba propinqua di 84548609. eſſere $438\frac{1}{1}\frac{1}{7}\frac{9}{6}\frac{9}{8}\frac{3}{4}\frac{7}{7}$. Et coſi con queſto modo meutre non ne haueſſimo à memoria alcun'altro potremo trouare la rad.cuba di qual ſi vogli numero dato; Onde vediamo quanto beneficio ſi caua dalla ſola cognitione della proprietà della quantità diuiſa in due parti nel trouarne il ſuo Cubo mediante eſſe due ſue parti con li quattro prodotti da loro dependenti, faciliſſima proprietà da mantenere nella memoria,& però da ridurci a memoria ancora facilmente le coſe da lei dependenti.

Andremo mò diſcorrendo, ò conſiderando come ſi poſſa trouar modo facile da venire in cognitione della differenza de' Cubi di dui numeri intieri proſſimi, cioe diſtanti fra loro nella ſola mità.

Poniamo d'hauere 5.& 6. intieri proſsimi da trouare la differenza de i Cubi loro; Fingaſi il 6. maggiore eſſere diuiſo in 5. (numero minore) & 1. (differenza d'eſsi 5. & 6.) & pereiò ſapremo che il cubo di 6. totale ſi compone da' 4. prodotti, che ſono; il cubo di 5. Il cubo d'1. (parti dette del 6.) qual cubo d'1. è ſempre 1. Il triplo del quad. di 1. che è ſempre 3. moltiplicato via il 5. che però è ſempre il triplo di 5. Et il triplo del quad. di 5. che hora è 75. moltiplicato via 1. (che è l'altra parte del 6.) qual produce ſempre l'iſteſſo triplo del quad. dell'altra parte, cioe hora 75. Onde da queſti quattro prodotti leuato il cubo di 5. la ſomma delli altri 3. ſarà la differenza del cubo di 5. al cubo di 6. ma eſsi 3. prodotti ſono 75. 15.& 1. che il 75. è il triplo di 25. quad. di 5. Et il 15. è il triplo dell'iſteſſo 5 ma il primo ſi può dire eſſere il dutto di 5. via 5. via 3. Et il ſecondo il dutto di 5. via 3. ma per comodità, & reſulta l'iſteſſo, diremo eſſere il dutto di 1. via 5. via 3. Onde il dutto di 5. via 5. & anco il dutto di 1. via 5. che è quanto in ſomma il dutto di 5.& 1. cioe di 6. via 5.& fa 30, ſi hà da moltiplicare ſempre per 3 cioe triplarlo, che hora fa 90, & queſto è la ſomma di 75.& 15. alla quale ſi deue poi giongere 1. che è ſempre il cubo di 1. & fa hora 91.& queſto 91. è la differenza di 125. a 216. cubi di 5.& 6. Di qui dunque potremo dedurne la regola dicendo.

Per trouare la differenza, che è dal cubo d'vn numero dato,& ſia A 5. dal cubo dello a lui proſſimo ſeguente maggiore per vna vnità,& ſia B. che è 6. Moltiplichiſi il dato 5. per il maggiore di lui in vna vnità, che è il B 6. & il prodotto 30. ſi tripli,& fa 90. al quale ſi gionga 1. (cubo d'1. differenza di A. al B.) & fa 91. per la differenza del cubo di 5. al cubo di 6. Et queſto ſarà il modo di formare il denominatore del rotto da accompagnare all'intiero nell'eſtrattione delle radici cube eſſendo numeratore l'auanzo della operatione, che perciò la propinqua r.c. di 126. ſarà $5\frac{1}{6}$. di 127. ſarà $5\frac{1}{7}$.& coſi nelli altri.

Et notiſi, che queſto modo ſerue a trouare la differenza de' cubi di dui numeri diſtanti fra loro in vna vnità benche eſsi ſiano rotti,& miſti come ſi vogli, come ſaria poniamo fra $\frac{1}{2}$. & $1\frac{1}{2}$. ò fra $5\frac{1}{2}$.& $6\frac{1}{2}$. ò fra $58\frac{1}{7}$. & $59\frac{2}{7}$. &c. Che per eſſempio fra $24\frac{1}{2}$.& $25\frac{1}{2}$. il dutto di $24\frac{1}{2}$. via $25\frac{1}{2}$. è (24. via 25 fa 600.& $\frac{1}{2}$. via 24.& 25. fa $24\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{2}$. via $\frac{1}{2}$. fa $\frac{1}{4}$. i'che tutto ſi fa a mente,& in ſomma è $624\frac{1}{2}$.& $\frac{1}{4}$. cioe $624\frac{3}{4}$.) $624\frac{1}{4}$. altriplo del quale, che $1924.\frac{1}{4}$. giunto 1. fa $1995\frac{1}{4}$. & queſto è la differenza, che ſi trouaria fra $14706\frac{1}{4}$. cubo di $24\frac{1}{2}$. a $16581\frac{3}{4}$. cubo di $25\frac{1}{2}$.

$24\frac{1}{2}$.	$25\frac{1}{2}$.
49	51
49	51
2401	2601
16807	13005
117649	132651
	117649
	8 | 15002
	$1875\frac{1}{4}$.

Con la iſteſſa conſideratione inueſtigaremo la differenza de' Cubi di qual ſi voglino altri dui numeri, poniamo di 5. & 13. ſupponendo il 13. diuiſo in 5. & 8. che il cubo di 8. differenza di 5.& 13. è 512. Il triplo del quad. di 8. moltiplicandolo per 5. fa 8. via 8. via 3. via 5. Et il triplo del quad. di 5. moltiplicandolo via 8. fa 5. via 3. via 8. quali dui prodotti vanno ſommati inſieme; Et perche in l'vno, e in l'altro vi è 3. via 5. cioe il triplo di 5. che è 15. il primo ſarà 8. via 8. 15. volte. Et il ſecondo 5. via 8. 15. volte, cioe 64.& 40. 15. volte, cioe 104. 15. volte, che fà 1560. al quale giunto 512. cubo dell'8. fa 2072. differenza de' Cubi di 5.& 13. Onde perche 8. via 8.& 5. via 8. è quanto 13. via 8. cioe il dutto del 13. totale in 8. differenza, qual dutto và moltiplicato per 15. triplo di 5. numero minore; Si vede per Regola poterſi dire.

Dati dui numeri, (ò quantità) per trouare la differenza de i Cubi loro. Moltiplichiſi il maggiore per la differenza de' dui numeri (cioe 24. via 9. (eſſendo i dui numeri dati 15.& 24.) & il prodotto (360.) ſi moltiplichi via il triplo del minore) cioe hora per 45.) & al prodotto (hora 16200.) ſi giunga il cubo della differenza de' dui numeri (cioe hora il cubo di 9. che è 729.) che la ſomma (hora 16929.) ſarà la differēza de' cubi de' dui numeri dati; ò ſiano eſsi intieri, ò rotti, ò miſti, ò altre quantità come ſi voglino, poiche il diſcorſo aſtratto è fatto in vniuerſale.

Tornando hora al nostro Binomio A. $7\frac{1}{2}$. più rad. $52\frac{1}{2}\frac{1}{12}$. (quale sappiamo essere cubo, & la sua rad.cuba essere il Binomio B. rad.c. $3\frac{3}{4}$. più r.q.c. $2\frac{1}{8}$.) vediamo che al solito cauando $52\frac{1}{2}\frac{1}{12}$. quad. della parte minore da $56\frac{1}{4}$. quad. della parte maggiore resta $4\frac{1}{6}$. quale non è numero cubo, cioe la r.c del quale non è num. simplice, ma è rad.cuba $4\frac{1}{6}$, & nel medesimo r.c. $4\frac{1}{6}$ ci accorgiamo essere differenti li dui quad. di r.c. $3\frac{3}{4}$. & r.q.c. $2\frac{1}{8}$. che sono le due parti del Binomio B. quali dui loro quad. sono r.c. $2\frac{1}{2}\frac{5}{6}$. & r.c. $2\frac{1}{8}$. (che r.c. $4\frac{1}{6}$. & r.c. $\frac{7}{8}\frac{1}{6}$. nella quale la r.c. $\frac{1}{2}\frac{5}{8}$. entra per r.c. 27. cioe volte 3. & però nella differenza loro entrarà una volta manco, cioe entrarà solo 2. volte, cioe per r.c. 8. perilche moltiplicando r.c. 8. via r.c. $\frac{1}{2}\frac{1}{3}$. che fa r.c. $4\frac{1}{6}$. questa è la differenza d'essi dui quadrati.) Onde si può notare, che si come nelli Binomij (ò residui) cubi ordinarij composti di numero, & rad. quadra, ancora le loro rad. cube sono composte di numero, & radice quadra; perche in essi Binomij cubi la differenza de' quadrati delle parti loro è num. cubo; Similmente nel sopradetto $7\frac{1}{2}$. più r. $52\frac{1}{2}\frac{1}{12}$. perche la r.c. della differenza de' quad. delle due parti è rad. cuba $4\frac{1}{6}$. questo ci mostra, che quando egli sia Binomio cubo conuerrà che la differenza delli quadrati delle due parti nel Binomio, che deua essere sua rad. cuba sia non numero simplice, ma r.c. $4\frac{1}{6}$. & perciò bisognarà, che la sua maggior parte sia rad. cuba, & l'altra sia rad. quadra rispetto a questa, cioe sia r.q. cuba, così come nel Binomio $7\frac{1}{2}$. più rad. $52\frac{1}{2}\frac{1}{12}$. la minor parte è rad. quadra rispetto alla maggiore.

Cubisi ℞ c. $3\frac{3}{4}$. p ℞ q.c. $2\frac{1}{8}$. al modo ordinario,

℞ c. $2\frac{3}{4}$. p ℞ q.c. $2\frac{1}{8}$.

℞ c. $2\frac{2}{1}\frac{5}{6}$. p ℞ c. $2\frac{1}{8}$.

di ℞. cuba $3\frac{3}{4}$. il doppio è ℞ cuba 30. che è ℞ quadra cuba 900. quale via ℞ quadra cuba $2\frac{1}{8}$. fa ℞ quadra cuba $\frac{1}{2}\frac{8}{4}\frac{7}{6}$. cioe ℞ quadra cuba $468\frac{3}{4}$. il quad. dunque del Binomio dato è ℞ cuba $33\frac{1}{3}$. p ℞ quadra cuba $468\frac{3}{4}$. da moltiplicare via ℞ cuba $3\frac{3}{4}$. p ℞ q.c. $2\frac{1}{8}$.

℞ cuba $\frac{1}{1}\frac{0}{2}\frac{0}{4}$. cioe ℞ cuba 125. cioe 5. quale con $2\frac{1}{2}$. ptodotto delle seconde parti fa $7\frac{1}{2}$. & questo con ℞ $52\frac{1}{2}\frac{1}{12}$. somma de' dui prodotto transuersali fa $7\frac{1}{2}$. più radice $52.\frac{1}{2}\frac{1}{12}$. & questo è il total prodotto che è il cubo del binomio dato ℞ c. $3\frac{1}{4}$. p ℞ q.c. $2\frac{1}{8}$.

la ℞ c. $2\frac{1}{2}\frac{5}{6}$. nell'altro entra volte ℞ cu. 27. cioe 3. volte, però nella somma loro entrarà volte 4. che per perciù 4. cioe ℞ c. 64. via ℞ c. $2\frac{1}{8}$. fa ℞ $31\frac{1}{8}$.

Hora per venire all'inuentione del modo di trouare la ℞ cuba de' Binomij cubi simili fia che si dica.

Pigliſi la ℞ cuba di $7\frac{1}{2}$. p ℞ $52\frac{1}{2}\frac{1}{12}$. noi perche questo Binomio è contenuto da rotti lo moltiplicaremo per comodità per vn num. tale che gli riduca ad intieri, & perciò bisogna che nel suo quad. cioe in esso ridotto a forma di ℞ entri il 12. denominatore del rotto $\frac{1}{2}$. della ℞ $52\frac{1}{2}\frac{1}{12}$. & perciò il numero da adoprare potrà essere 6, che moltiplicato per il $7\frac{1}{2}$. lo riduce ad intiero 45. & essendo gli ℞ 36. moltiplicando con esso la rad. $52\frac{1}{2}\frac{1}{12}$. la riduce all'intiera rad. 1875. & così haueremo 45. p rad. 1875 che farà sestuplo cioe 6. volte quanto il dato Binomio A. $7\frac{1}{2}$. p rad $52\frac{1}{2}\frac{1}{12}$. ò vogliamo dire conuersamente il Binomio A. dato sarà l'$\frac{1}{6}$. del C 45. p rad. 1875. Onde trouata che sia la rad. cuba del C. la douerremo partire per la rad. cuba del 6. moltiplicante adoprato, cioe per rad. cuba 6. (perche la proportione d'vn cubo C. ad vn'altro cubo A. è triplicata, a quella che è dal lato del C. al lato dell'A) che l'auenimento sarà la rad. cuba del Binomio A dato.

625

℞ q.c. $1\frac{8}{1}\frac{7}{4}$. via ℞ q.c. $2\frac{1}{8}$.

16,

fa ℞ q.c. $1\frac{8}{1}\frac{6}{4}\frac{7}{4}$. cioe ℞ c. $1\frac{8}{1}\frac{7}{4}$.

cioe $5\frac{1}{2}$. cioe $2\frac{1}{2}$,

℞ c. $1\frac{1}{4}$. è ℞ q.c. $1\frac{2}{1}\frac{5}{6}$. via ℞ q.c. $2\frac{1}{8}$.

46875.

3750

fa ℞ q.c. $\frac{1}{6}\frac{8}{4}\frac{7}{4}\frac{5}{4}$.

cioè ℞ q. $\frac{7}{4}\frac{5}{4}$. cioe ℞ q. $18\frac{3}{4}$.

625 3

℞ c. $1\frac{0}{1}\frac{0}{4}$. è ℞ q.c. $1\frac{0}{1}\frac{0}{2}\frac{0}{4}$. via ℞. q.c. $2\frac{1}{8}$.

fa r.q. $2\frac{5}{1}$. cioe r.q $8\frac{7}{2}$, 3.

rad. $18\frac{3}{4}$. sommandola con rad. $8\frac{1}{3}$. cioe radice $\frac{7}{4}\frac{5}{4}$. cõ rad. $2\frac{1}{1}\frac{5}{2}$. cioe rad. $2\frac{1}{1}\frac{5}{2}$. con rad. $1\frac{0}{1}\frac{0}{2}$. la rad. $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$. entra nell'vna 15. volte, & nell'altra 10. volte, però nella somma loro entra 25. volte, onde 25. cioe rad. 625. via rad. $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$. fa r. $52\frac{1}{2}\frac{1}{12}$. che è la somma.

Et perche la rad. cuba del dato Binomio A. è r.c. $3\frac{3}{4}$. più r.q.c. $2\frac{1}{8}$. vediamo che moltiplicando questo per detta r.c. 6. il prodotto r.c. $22\frac{1}{2}$. più r.q.c. $18\frac{3}{4}$. & chiamiamolo D. douerà essere la rad. cuba del C. 45. più rad. 1875. andiamo dunque considerando come si deua operare acciò si troui questa r.c. $22\frac{1}{2}$. più r.q.c. $18\frac{3}{4}$. Onde nel 45. più rad. 1875. cauando il quad. della minor par-

parte dal quad. della maggiore, cioe 1875. da 2025. & resta 150. la rad.cuba di questo 150. (se bene esso 150. non è numero cubo, cioe se bene la rad.cuba d'esso 150. nõ si può esplicare per simplice numero) cioe r.c. 150. è a punto la differenza de' quadrati delle due parti r.c. $22\frac{1}{2}$. & r.q.c. $18\frac{3}{4}$. quali formano il Binomio D. (che essi quadrati sono r.c. $506\frac{1}{4}$. & r.c. $18\frac{3}{4}$. & r.c. $18\frac{3}{4}$. in r. c. $500\frac{1}{4}$. cioe r.c. $\frac{1}{4}$. in r.c. $\frac{1}{4}$. entra per r.c. 27. cioe 3. volte, però entrarà nella differenza loro solo 1. volte, cioe per r.c. 8. onde moltiplicando r.c. $\frac{1}{4}$. per r.c. 8. il prodotto r.c. 150. sarà la differenza loro.) Et perciò si può notare, che si come nelli Binomij (ò Residui) cubi compositi di numero, & rad. quadra, quali hanno per loro rad. cube Binomij pure, compositi di numero, & quadra auniene, che in essi Binomij cubi la differẽza delli quad. delle loro due parti è numero cubo, cioe la sua rad. cuba è numero rationale, & perciò i Binomij che sono loro rad. cube, sono cõposti di numero, & rad. quadra (perche dico in essi la differenza de i quadrati delle loro due parti è numero cubo) similmente ancora nel sopradetto 45. piu rad. 1875. perche la rad. cuba della differenza de i quadrati delle sue due parti è non numero rationale, ma r.c. 150. questo ci mostra, che douendo esso C. 45. piu rad. 1875. essere Binomio cubo, & perciò hauere per rad. cuba vn Binomio D. conuerrà, che li quadrati delle due parti di esso D. siano differenti in detta rad. cuba 150. & che perciò la prima parte maggiore sia rad. cuba, & la seconda minore douerà essere, non rad. cuba (perche a cauare il quad. della minore, che sarà rad. cuba dal quad. della maggiore, che saria r.c. deue restare r.c. 180. ne seguiria, che esse r.c. mostranti i quadrati d'esse parti fussero communicanti fra loro, potendosi cauare l'vna dell'altra, & perciò anco communicanti fra loro douerianno essere le rad cube, dalle quali derivassero essi quadrati, cioe le r.c. mostranti le due parti del Binomio D. perilche esse due parti si potriano sommare insieme, & ridurre in vna sola r.c. cioe in vna particolare quantità, o vero esso D. non saria Binomio, ma vna simplice quantità, ilche non può stare, poiche a cubare vna simplice r. c. ne resultaria vn numero (cioe il numero della rad. cuba, che a cubare pontamo r.c. 12. ne resulta 12.) & non alcun Binomio C. ò vogliamo dire; Quando si ponesse il Binomio D. essere contenuto da due rad. cube, & siano a, & b, i loro quadrati c, & d, che sariano pure rad. cuba, hauerianno per numeri, dui numeri quadrati, & acciocche la minore d, si possa cauare dalla maggiore c, (douendo restare dalla sottratione rad. cuba (che hora saria rad. cuba 150.) conuiene che il numero di d, entri nel numero di c, per alcun numero cubo e, ma anco vi entrarà per alcun numero quadrato (poiche a partire numero quadrato per numero quadrato, l'auenimento è di necessità quadrato)

a rad. cuba 48. b. rad. cuba 6.
c rad. cuba 2304. d. rad. cuba 36.
e rad. cuba 64.
f rad. cuba 8.
a rad. cuba 48. b. rad. cuba 6.
f rad. cuba 8. cioe 2.

però rad. cuba 162. è il composto di a, & b.

onde il numero cubo e, saria anco quadrato, & però quadro cubo, perilche del numero e, la sua rad. quadra sarà f. numero cubo; ma se a partire il quadrato e, per il quadrato d, ne viene e, ne segue, che a partire la rad. quadra di c, per la rad. quadra di d, cioe a partire il numero a, per il numero b, ne venga la rad. quadra dell'auenimento e, & sia f, ma perche il numero e, è quadrato cubo, la sua rad. quadra f, sarà numero cubo; onde a partire il numero a, per il numero b, ne verrà f, numero cubo, perilche è chiaro, che a partire la rad. cuba a, per la rad. cuba b, ne viene vna rad. cuba, che hauerà per numero f. cubo, & perciò essa rad. cuba si potrà esplicare per numero, & perciò la rad. cuba b, si potrà sommare con la rad. cuba a, (essendo elle communicanti, che la b, entra nella a, per il numero, che è rad. cuba del numero f,) onde il composto delle rad. cube a, & b, non sarà binomio, ma vna sola rad. cuba) ma rad. quadra rispetto ad essa rad. cuba, cioe douerìa essere r.q.c. (che è r di r.c.) cosi come nel Binomio C, la minor parte rad. 1875. è rad. quadra rispetto all'i maggiore 45.

Veduto dunque, che delle due parti del Binomio D. da trouarsi, la maggiore deue essere & cuba, & la minore & q.c. Et che la differenza de' quadrati loro (che saranno due & cube) deue essere & c. 150 cioe $5\frac{1}{4}$. & più; Noi per trouare con giudicio esse parti, considereremo che il Binomio C 45. piu & 1875. è 88 & più, & perciò la sua rad. cuba è $4\frac{1}{4}$. & più, perilche il Binomio C, douerà significare, ò valere alquanto più di $4\frac{1}{4}$. Onde conuerrà trouare due quantità, cioe vna rad. cuba, & vna r.q.c. tali che la somma loro importi alquanto più di $4\frac{1}{4}$. & la differenza de' quadrati loro sia vna rad. cuba, che importi alquanto più di $5\frac{1}{4}$. cioe sia r.c. 150. quale r.c. 150. è communicante à ciascuno delli dui quadrati d'esse due quantità, ò parti del D. ciascuno de' quali quadrati è vna r.c. Cioe conuerrà diuidere $4\frac{1}{4}$. G. & alquanto più in due parti tali N, & O, che i loro quadrati siano differenti in $5\frac{1}{4}$. & alquanto più T, & per farlo cõ qualche Regola, la potremo dedurre dall'Algebra supponendo vn quesito simile in intieri, perilche poniamo che si dica: Diuidasi 10. in due parti tali, che la differenza de' loro quadrati sia 60. Noi per comodità posto la maggiore essere la mità di 10. & 1. & di più, cioe 5. più $1\frac{1}{2}$ la minore

sarà

ſarà 5.meno 1.ꝛ,la differenza de'loro quadrati 25.piu 10.ꝛ,piu 1.ⓩ,& 25.m̃ 10.ꝛ,piu 1.ⓩ,è 20.ꝛ, ilche è eguale a 60.dato,però la ꝛ vale 3.onde eſſe parti ſaranno 5.piu 3.& 5.m̃ 3.cioe 8.& 2. Et perche il 20. numero delle ꝛ con il quale ſi parte ſempre il 60. dato è ſempre il doppio del 10. da partire, vediamo la Regola eſſere queſta.

Propoſta vna quantità per diuiderla in due parti tali,che la differenza de'quadrati loro,ſia vn numero dato.

Partaſi eſſo numero dato per il doppio della quantità propoſta,& l'auenimento ſi giunga, & caui alla mita di detta quantità propoſta,che i dui reſultanti ſaranno le due parti cercate.

Et ſe per diuidere il 10.ꝛ haueſſimo poſto la parte maggiore eſſere 1.ꝛ, & la minore 10.m̃ 1.ꝛ; Il quad.maggiore ſaria 1.ⓩ,& il minore 100.m̃ 20.ꝛ piu 1.ⓩ,che cauato da 1.ⓩ,reſta 20.ꝛ,meno 100.& è eguale a 60.onde accomodato il meno ſi haurà 20.ꝛ eguale a 160.& però la ꝛ valerà 8. che è la parte maggiore reſtando 2. la minore, & qui perche il 20. numero delle ꝛ,è pure il doppio di 10.propoſto,& il 160.partito per 20.è il compoſto di 60.numero dato,con 100.quadrato del 10.propoſto,vediamo che anco ſi può dare la Regola coſì.

Partaſi la ſomma del numero dato con il quadrato del propoſto, per il doppio del propoſto, che l'auenimento ſara la parte maggiore del numaro,ò quantita propoſta.

Ma ponendo la parte minore eſſere 1.ꝛ, & la maggiore 10.m̃ 1.ꝛ, dal ſuo quad.100.m̃ 20.ꝛ, piu 1.ⓩ,cauato 1.ⓩ quad. della minore,reſta 100.m̃ 20.ꝛ,& ſara eguale a 60.onde cauato 60. da ciaſcuna parte, & accomodato il meno,haueremo 20.ꝛ eguale a 40. (Et qui ſi vede, che conuiene che il 60.dato ſia minore del quadrato del 10. propoſto, acciò il queſito ſia ſolubile) però la ꝛ valera 2.& è la parte minore, reſtando 8. per la maggiore. Et di qui deriuando la regola ſi potra dire; Cauiſi il numero dato dal quad.del propoſto,& il reſtante,ſi parta per il doppio del propoſto, che l'auenimento ſara la parte minore.

Hora adoprando poniamo la prima di queſte regolette per diuidere circa $4\frac{1}{7}$.che è il propoſto G.in due parti tali,che i quadrati loro ſiano differenti in circa $5\frac{1}{4}$.che è il dato. Partiremo circa a $5\frac{1}{4}$.dato,per circa $8\frac{1}{2}$.doppio del propoſto G, che ne viene circa a $\frac{6}{10}\frac{3}{4}$. ma diciamo circa a $\frac{3}{4}$.da giongere,& cauare a circa $2\frac{1}{6}$.mita del circa $3\frac{1}{2}$.propoſto,& ne reſulta circa a $2\frac{3}{4}\frac{3}{0}$.& circa a $1\frac{1}{4}\frac{7}{0}$.per le due parti cercate,perilche il valore della ℞ cuba ſignificante la parte maggiore del Binomio ſarà circa a $2\frac{3}{4}\frac{3}{0}$.& il valore della ℞ q.c. ſignificante la parte minore ſarà circa a $1\frac{1}{4}\frac{7}{0}$. il quadrato dunque di queſta parte minore valerà circa a $2\frac{1}{4}$. & perche ſarà vna ℞ cuba ella potrà eſſere circa a ℞ cuba 16. (ma auertaſi, che gia non può eſſere preciſe ℞ cuba 16. perche queſta ℞.cuba 16. ſaria il quad.di ℞ cuba 4. & non il quad.d vna ℞ q.c.) Et perche queſta ℞ cuba quadrato della parte minore ha da eſſere comunicate(come anco il quad. della parte maggiore)alla ℞ cuba 150.differenza de'quadrati d'eſſe due parti,cõuerrà che a partire l vna per l'altra ne venga numero rationale, & però hora a partire rad cuba 150. maggiore per l'altra,ne douera venire numero rationale,& conuerſamente con qualche numero rationale partendo ℞ c.150.ne douera venire la ℞ c.che è quadrato della parte minore; Et perche la ℞ c. 150.ſi vede che contiene la circa a ℞ c.16.per circa ℞ c.9.ma diciamo per circa a ℞ c.8.che è 2. ſi vede queſto numero rationale potere eſſere circa a 2. (come anco ſi può conoſcere da principio conſiderando,che il circa $5\frac{1}{4}$. valore di ℞ c.150. contiene circa a 2.volte il circa $2\frac{1}{2}$.quadrato del circa $1\frac{1}{4}\frac{7}{0}$ che ſi vede eſſere il valore della parte minore del Binomio D. che cerchiamo) poſto dunque che ſia 2. cioe ℞ c.8. con eſſo partiremo ℞ c.150. & ne viene ℞ c.$18\frac{3}{4}$. & queſto douerìa eſſere il quad.della parte minore del Binomio D. però eſſa parte minore ſaria ℞ q.c. $18\frac{3}{4}$. Et quanto alla maggiore giongendoſi ℞ c.150. differenza de' quadrati delle due parti; a ℞ c.$18\frac{3}{4}$.quadrato della minore,& la ſomma ſara 3. volte la minore (perche la ℞ c. 150. la contiene 2. volte) cioe il dutto di ℞ c.$18\frac{3}{4}$. via ℞ c.27. & fa ℞ c. $506\frac{1}{4}$. che douerìa eſſere il quad. della ℞ c.che è parte maggiſire del Binomio D,però conuerra che il $506\frac{5}{4}$.ſia numero quad. acciò poſſa eſſere a propoſito,ma a punto egli è quad.& la ſua ℞ q.è $22\frac{1}{2}$.perilche vediamo, che ℞ cuba $22\frac{1}{2}$.moltiplicata in ſeſteſſa produrra detta ℞ c.$506\frac{1}{4}$. per ſuo quad. Onde queſta ℞ c.$22\frac{1}{2}$. douerra eſſere la parte maggiore del Binomio D.egli dunque (eſſendo a propoſito, cioe ſe il dato Binomio C. ſia cubo) ſara ℞ c.$22\frac{1}{2}$. piu ℞ q.c. $18\frac{3}{4}$. Lo eſamineremo dunque, & vedremo ſe il ſuo cubo forma il C.& perche a pũto lo forma ſaremo ſicuri,che eſſo C.è binomio cubo, & che la ſua ℞ cuba,è ℞ c.$22\frac{1}{2}$. piu ℞ q.c.$18\frac{3}{4}$. Queſto mò partiremo per ℞ c.6.& l'auenimẽto ℞ c.$3\frac{8}{4}$. piu ℞ q.c.$\frac{5}{4}\frac{5}{8}$.ſara la ℞ cuba del Binomio A.

L'accorto Studente accomodi mò queſti diſcorſi, & ponga con ordine conueniente formandoſene egli Regola ſuccinta,perche io non hò potuto fare altro hauendo ſcritto in tempi diſcontinui, & con intelletto diſordinato da continue eccesſiue moleſtie, onde è anco marauiglia, ch'io habbi potuto fare tanto, ma legga hanco lo Studente il ſeguente diſcorſo intorno al tro-

nare la radice cuba del ſopradetto Binomio, quale hò trouato ſcritto in vn'altra mia bozza.

Per trouare il Binomio A, che hà da eſſere la R cuba del Binomio A 45. più R 1875. perche i numeri 45. & 1875. (della R) che ſono le parti del Binomio A. ſono intieri, ſapremo che anco i numeri della radice cuba, & radice quadra cuba delle due parti del Binomio R. che ſi cerca doueranno eſſere intieri, ò al più miſti con rotti d'$\frac{1}{2}$. nella rad. cuba, & con quarti nella radice quadra cuba, ma ſariano bene poi di neceſſità intieri ſe il Binomio 45. più radice 1875. ſi moltiplicaſſe per alcun numero paro, poniamo per 2. che ne reſultaria 90. più radice 7500. B. la radice cuba del quale ſaria il Binomio S. che ſi produceſſe a moltiplicare per la radice cuba di queſto 2. cioè per radice cuba 2. il Binomio R. il rotto $\frac{1}{2}$. che fuſſe nella radice cuba del quale moltiplicato per 2. ſi leuaria, & il rotto quarti, che fuſſe nella radice quadra cuba d'eſſo moltiplicato pure per radice cuba 2. cioè per radice quadra cuba 4. ſi leuaria medeſmamente. Onde ſe hauendo formato il Binomio B. 90. più radice 7500. doppio all'A. 45. più radice 1875. la radice cuba del quale B. douerà eſſere vn Binomio S. compoſto di radice cuba, & radice quadra cuba, i numeri delle quali ſue due parti ſaranno intieri, vorremo cercare eſſe parti, conſideraremo, che i quadrati delle due parti del B. del quale ſi cerca la radice cuba, cioè 8100. & 7500. ſono differenti fra loro in 600. la radice cuba della quale differenza è radice cuba 600. ilche ci moſtra i quadrati delle due parti del Binomio S. che cerchiamo douere eſſere differenti fra loro in radice cuba 600. (che non arriua a $8\frac{1}{2}$.) Et perche il Binomio B. importa quaſi 177. perilche la ſua radice cuba importerà poco più di $5\frac{1}{2}$. conuerrà che il valore delle due parti del Binomio S. ſia poco più di $5\frac{1}{2}$. & la prima parte ſia radice cuba di numero intiero, & la ſeconda ſia radice quadra cuba ſimilmente di numero intiero, i quadrati delle quali parti ſia differenti fra loro in manco di $8\frac{1}{2}$. Onde ſe poneremo la prima parte eſſere radice cuba 40. che è manco di $3\frac{1}{2}$. l'altra douerà eſſere più di 2. (che reſta ſino al più di $5\frac{1}{2}$.) però douerà eſſere più di radice quadra cuba 64. i loro quadrati ſono radice cuba 1600. & più di rad. cuba 64. cioè circa a 11 $\frac{1}{2}$. & quattro in circa differenti, cioè in circa 7$\frac{1}{2}$. che è molto manco dell'$8\frac{1}{2}$. in circa in che deuono eſſere differenti; però aggrandiremo la prima parte acciochè il ſuo quadrato douenti più differente dal quadrato dell'altra parte, che ſarà poi minore; & perciò potremo ponere, che la prima parte ſia rad. cuba 42. ò rad. cuba 45. &c.

Ma per cercare queſte due parti, che deuono formare il Binomio S. con ſaldo giudicio, conſideraremo, che douendo elle eſſere tali, che il quadrato Q. della minore (hora radice quadra cuba 75. che per quadrato hà radice cuba 75.) cauato dal quadrato T. della maggiore (hora radice cuba 45. che per quadrato hà radice cuba 2025.) reſti radice cuba 600. conuiene che il quadrato Q. ſia communicante al quadraro T. acciò ſi poſſa cauare eſſo Q. dal T. cioè conuiene che il Q. entri in T. per alcun numero aſtratto di volte, dal quale numero cauatone la vnità, il numero aſtratto reſtante (cioè libero da denominatione di radice d'alcuna ſorte) ſarà il numero delle volte, che il medeſmo quadrato Q. minore entra nella differenza d'eſſi quadrati, con il qual numero aſtratto poi moltiplicaro il quadrato Q. minore, il prodotto ſarà la differenza d'eſſi quadrati, onde hora douendo la differenza de' quadrati Q. & T. eſſere radice cuba 600. ſi vede che eſſa radice cuba 600. naſce dal moltiplicare il quadrato Q. per alcun numero aſtratto (ò ſia egli intiero, ò con rotto) conuien dunque conuerſamente, che a partire eſſa radice cuba 600. per quel numero aſtratto incognito ne venga il quadrato Q. della parte minore, onde eſſa radice cuba 600. è communicante al quadrato Q. & perciò anco al quadrato T. hora mediante queſta cognitione ſapendo ancora che la parte minore deue eſſere alquanto più di 2 cioè alquanto più di radice quadra cuba 64. & però il ſuo quadrato alquanto più di radice cuba 64. partiremo la radice cuba 600. per alcun numero cubo tale, che ne venga alquanto più di 4. cioè alquanto più di radice cuba 64. che preſo radice cuba 8. cioè 2. eſſa radice cuba 8. in radice cuba 600. entra per radice cuba 75. che è più di radice cuba 64. non eccedendo di molto il 4. come deue fare il quadrato Q. però poſto il quadrato Q. eſſere radice cuba 75. la ſua radice ò parte minore del Binomio S. ſarà rad. quadra cuba 75. hora al ſuo quadrato; che è rad. cuba 75. giontò rad. cuba 600. la ſomma douerà eſſere il quadrato della parte maggiore, onde per trouarla diremo rad. cuba 75. in rad. cuba 600. entra 2. volte, però nella ſomma d'ambedue ella entra 3. volte, & 3. cioè radice cuba 27. via radice cuba 75. fa radice cuba 2025. però queſto ſaria il quadrato della prima parte, perilche biſogna, che 2025. ſia numero quadrato, ma egli è ben quadrato, & la ſua radice è 45. però la radice di radice cuba 2025. è radice cuba 45. & queſta ſaria la prima parte, che importa poco più di $3\frac{1}{2}$. quale con radice quadra cuba 75. che è poco più di 2. fa poco più di $5\frac{1}{2}$. come ſappiamo douere eſſere il valore del Binomio S. perilche per chiarirci intieramente ſe queſta radice cuba 45. più rad. quadra cuba 75. trouato ſia il vero Binomio S. ò radice cuba del dato B. lo cubaremo

& vedremo ſe forma il B. onde per formare la parte maggiore del Binomio, che ſia il cubo di queſto trouato, noi al cubo della parte maggiore rad cuba 45. qual cubo è 45. giongeremo il dutto del triplo del quad. della parte minore nella maggiore, cioe il dutto di rad. cuba 45. nel triplo di rad. cuba 75. (che rad. cuba 45. via rad. cuba 75. fa rad. cuba 3375. cioe 15. che moltiplicato per 1. fa 45.) & è 45. quale con l'altro 45. cubo della prima parte fa 90. & queſto 90. è a punto il numero, ò parte maggiore del Binomio B. dato. Et per formare la parte minore cubaremo la parte minore rad. quadra cu. 75. del Binomio S. & fa rad. 75. ancora moltiplicaremo detta parte minore per il triplo del quad. della parte maggiore, ouero il quad. della parte maggiore, qual quad. è rad. cuba 2025. lo moltiplicaremo per la parte minore r. q. c. 75. cioe r. q. c. 4100625. (ridotto la rad. cuba 2025. ar. q. c.) via r. q. c. 75. & fa r. q. c. 307546875. che ſi riduce a r. q. 675. quale moltiplicaremo per 3. cioe per r. q. 9. & fa ℞ 6075. da giungere alla rad. 75. ſopradetta, cubo della parte minore, che per farlo vediamo, che ℞ 3. entra in ℞ 75. per volte 25. che è 5. & in rad. 6075. entra per volte per 2025. che è 45. però nella ſomma entra volte 5. & 45. cioe volte 50. perilche moltiplicando eſſa eſſa rad. 3. per 50. cioe per rad. 2500. fa rad. 7500. per la ſomma cercata, & queſta rad. 7500. è l'altra parte minore del Binomio, che è il cubo dell'S. quale rad. 7500. perche è a punto eguale alla parte minore del Binomio B. dato, conoſciamo intieramente, che la ſua rad. cuba è il Binomio rad. cuba 45. p̄ r. q. c. 1875. ſopradetto.

Cubiſi queſto Binomio A rad. cuba 6. p̄ rad. cuba 2. compoſto da due rad. cube.

Il cubo della prima parte è 6. Il quad. della ſeconda parte è ℞ cuba 4. che via la prima ℞ cuba 6. fa rad. cuba 24. & queſto triplato fa rad. cuba 648. Ancora il cubo della ſeconda parte è 2. Di più il quad. della prima parte è rad. cuba 36. che via la ſeconda rad. cuba 2. fa rad. cuba 72. & queſto triplato fa rad. cuba 1944. perilche accompagnati inſieme queſti quattro prodotti, ma doueranno tre, ſommando inſieme li dui numeri 6. & 2. che fanno 8. haueremo rad. cuba 1944. p̄ rad. cuba 648. piu 8. qual Trinomio è il cubo del Binomio A. rad. cuba 6. più rad. cuba 2. Et coſi vediamo che a cubare vn Binomio compoſto di due rad. cube, ſe non forma vn Trinomio contenuto da due rad. cube, & da vn numero rationale; Ma notiſi la proprietà che vi ſi ſcorge, & è che tal proportione è dal numero 6. al numero 2. delle rad. cube 6. Et rad. cuba 2. che formano il Binomio A. qual proportione è anco dal numero 1944. al numero 648. che formano le due rad. cube nel Trinomio cubo, & il ſuo numero rationale 8. che è la ſomma di 6. & 2. cubi delle due parti dell'A; viene perciò a formarſi dalla ſomma di dui numeri, che hanno fra loro la iſteſſa proportione, quale hora è come da 3. ad 1.

Et peteche ſi vede, che li 1944. & 648. naſcono a moltiplicare li 72. & 24. per vn'iſteſſo 27. & per ciò eſſi 72. & 24. hanno la iſteſſa proportione delli 6. & 2. delli quali 72. & 24. il primo 72. naſce a moltiplicare il quad. del primo 6. per il ſecondo 2. Et il ſecondo 24. naſce a moltiplicare il quad. del ſecondo 2. per il primo 6. Si conoſce, che di dui numeri M. & N. propoſti a moltiplicare il quad. del primo M. per il ſecondo N. & naſcane P. Et a moltiplicare il quad. del ſecondo N. per il primo M. & naſcane R. queſti P R. ritengono la iſteſſa proportione che li propoſti, cioe da P. ad R. ſarà come da M. ad N. Ilche anco ſi può dimoſtrare coſi.

Siano propoſti M. & N. ma (per comodità, & per più facile intelligenza dandoli nome di numeri, & non di lettere dell'Alfabeto, non per pigliare eſſi nomi di numeri come particolari numeri, ma come ſimplici nomi preſi a beneplacito, douendo eſſere la dimoſtratione vniuerſaliſſima al modo Mathematico) diciamo 5. & 7. i loro quadrati ſono 25. & 49. de' quali il 25. primo, moltiplicato per 7. ſecondo fa 175. primo. Et il 49. ſecondo, moltiplicato per 5. primo, fa 245. ſecõdo, ſi dice che da 175. primo, a 245. ſecondo è come da 5. primo a 7. ſecondo. Perche deriuando il primo 175. da moltiplicare il primo 5. per 5. & il prodotto per 7. che ſono i dui numeri propoſti; perche eſſi 5. & 7. moltiplicati inſieme fanno 35. ne ſegue che a moltiplicare eſſo 5. primo per 5, & il prodotto per 7. è quanto ſe eſſo 5. primo in vna ſolb moltiplicatione ſi moltiplicaſſe per 35. che pure produce il 175. primo. Et deriuando il ſecondo 245. dal moltiplicare il ſecondo 7. per 7. & il prodotto per 5. che ſono i medeſmi dui numeri propoſti, quali pure moltiplicati inſieme, fanno il medeſmo 35. detto, ne ſegue ſimilmente, che a moltiplicare eſſo 7. ſecondo per 7. & il prodotto per 5. è quanto ſe eſſo 7. ſecondo in vna ſola moltiplicatione ſi moltiplicaſſe per 35. che pure produce il 245. ſecondo. Onde ſi può dire, che a moltiplicare li propoſti 5. & 7 ciaſcuno d'eſſi per vn'iſteſſo numero 35. ſe ne producono 175. & 245. Ma quando quanti numeri, ò quantità ſi voglino, ſi moltiplicano per vn'iſteſſo numero, ò quantità, i prodotti per ordine ritengono fra loro la iſteſſa, ò iſteſſe proportioni che hanno fra loro i moltiplicati, però è chiaro, che la proportione di 175. a 245. è come da 5 a 7. propoſti.

Ci accorgiamo perciò, che dato vn Trinomio cubo, compoſto da due rad. cube, & da vn numero rationale, ſi può facilmente trouare il Binomio A. che ſia la rad. cuba d'eſſo. Diuidendo il

numero

numero rationale del Trinomio in due parti, che habbino fra loro la proportione delli dui numeri delle due rad. cube d'eſſo Trinomio, che le rad.cube poi d'eſſe due parti trouate ſaranno le due parti che formano il Binomio A. Onde dato poniamo il Trinomio cubo rad. cuba 22815. p̃ rad.cuba 8775. p̃ 18. per trouare il Binomio A. ſua rad. cuba, vedremo che proportione è da 22815. a 8775. che ſchiſando eſſi numeri ſi ridurranno a 13. & 5. Et hora diuideremo il 18. numero del Trinomio in due parti, che habbino la proportione di 13. a 5. cioe diremo le 18. ſomma di 13. & 5. da eſſe parti 13. & 5. che darà per parti il 18. numero del Trinomio. Et darà 13. & 5. peril che le rad.cube d'eſſi 13. & 5. cioe rad. cuba 13. & rad.cuba 5. ſaranno le parti che formano il Binomio A. però egli ſarà rad.cuba 11. p̃ rad.cuba 5. & eſſo A. è la rad.cuba del Trinomio dato. Et anco ſenza ſchiſare li numeri 22815. 8775. ſi può dire, ſe 31590. ſõma loro, da eſſi 22815. 8775. ſue parti, che darà 18. numero del Trinomio, & operando ſi vedrà che egli darà 13. & 5. però ℞ cuba 13. p̃ ℞ cuba 5. ſarà il Binomio A. Ouero, perche del Trinomio le due ℞ cube, ſono l'vna il triplo del dutto del quadrato della prima patte del Binomio A. nella ſeconda patte. Et l'altra è il triplo del dutto del quadrato della ſeconda parte del Binomio A. nella prima parte, partendo noi eſſe ℞ cube per 3. cioe per ℞ cuba 27. che ne deriuano ℞. cuba 845. & ℞ cuba 325. ſappiamo che de i due numeri delle due ℞ cube, che ſono parti del Binomio A. da trouarſi, il numero della ſeconda. moltiplicato nel quadrato del numero della prima deue fare 845. Et che il numero della prima moltiplicato nel quadrato del numero della ſeconda deue fare 325. Et di più, che il numero della prima al numero della ſeconda deue hauere la proportione iſteſſa, che hà 845. a 325. Onde ſi poſſa dire;

Trouinſi dui numeri nella proportione di 845. a 325. ò ſchiſando di 169. a 65. ò (ſchiſando di nouo di 13. a 5. tali, che il dutto del quad. del primo nel ſecondo facci 845. Et che il dutto del quadrato del ſecondo nel primo faeci 325. benche in queſti caſi i numeri che ſaranno atti al produrre l'vno 845. ſaranno anco atti al produrre l'altro 325. Onde baſta ſolo ſeruirſi d'vno de i dui dutti, poniamo del 325. Che poſto eſſi numeri eſſere 13.☍, & 5.☍, il dutto di 25 ☍; quad. del ſecondo 5.☍, in 13.☍ primo, fa 325.☍, & queſto è eguale a 325. dato, però 1.☍ è eguale ad 1. Et la ☍ vale ℞ cuba 1. cioe 1. onde i dui numeri poſti 13.☍, & 5.☍ ſaranno 13. & 5. Et le loro ℞ cube, cioe rad cuba 13. & rad.cuba 5. ſaranno le due parti del Binomio A. che è rad.cuba del Trinomio propoſto.

Se vorremo formare delli Trinomij cubi compoſti da due ℞ cube, & da numero rationale, & cõpiaccia che il numero rationale ſia vn dato numero, noi potremo diuidere eſſo numero in due parti ineguali come ſi vogli, & le rad.cube d'eſſe due parti aecompagnate inſieme, formaranno il Binomio A. che hà da eſſere rad. cuba del Trinomio da formarſi; Onde moltiplicando il quad. della parte maggiore del Binomio per la minore, il triplo del prodotto ſarà la rad. cuba maggiore del Trinomio. Et moltiplicando il quad. della parte minore del Binomio per la maggiore, il triplo del prodotto ſarà la rad. cuba minore del Trinomio; Onde volendoſi poniamo che il numero rationale del Trinomio ſia $1\frac{1}{2}$. Se lo diuideremo in $\frac{7}{8}$. & $\frac{5}{8}$. il compoſto delle loro rad. cube, cioe rad.c. $\frac{7}{8}$. p̃ rad.cuba $\frac{5}{8}$. ſarà il Binomio A. il Trinomio cubo del quale trouando al ſolito come s'è detto ſarà ℞ c. $12\frac{4}{5}\frac{1}{1}\frac{3}{2}$. p̃ ℞ c. $9\frac{1}{1}\frac{1}{1}\frac{7}{1}$. p̃ $1\frac{1}{2}$.

Et diuidendo l'$1\frac{1}{2}$. in 1. & $\frac{1}{2}$. il compoſto delle loro ℞ cube, cioe ℞ cuba 1. piu ℞ c. $\frac{1}{2}$. cioe 1. p̃ ℞ cuba $\frac{1}{2}$. ſarà vn Binomio A. il Trinomio cubo del quale trouato al ſolito ſarà r.c. $13\frac{1}{2}$. piu ℞ cuba $6\frac{1}{4}$. p̃ $1\frac{1}{2}$.

Et pigliando 4. per numero rationale del Trinomio, diuidendolo poniamo in 3. & 1. il compoſto delle rad.cube de' quali gionte inſieme, fanno ℞ c. 3. p̃ 1. queſto ſarà vn Binomio A. il Trinomio cubo del quale vedremo eſſere ℞ c. 243. p̃ ℞ c. 81. p̃ 4.

Et preſo 10. per numero rationale del Trinomio ſe lo diuideremo in 8. & 2. le loro ℞ cube giõte inſieme formaranno 2. piu ℞ c. 2. per Binomio A. il Trinomio cubo del quale ſarà ℞ c. 3456. p̃ ℞ cuba 864. p̃ 10. ò vogliamo dire (ponendo la quantità mezzana in mezo) ſarà ℞ cuba 3456. piu 10. piu ℞ cuba 864. & qui ſi vede il numero 10. eſſere maggiore d'vna delle due ℞ cube del Trinomio.

Ma ſe diuideremo il 10. in 9. & 1. il compoſto delle loro ℞ cube, cioe il Binomio A. ſarà r.c. 9 p̃ 1. eſſendo il ſuo Trinomio cubo r.c. 2187. p̃ 10. p̃ r.c. 243.

Et diuiſo il 10. in $9\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{2}$. il Binomio A. ſarà r.c. $9\frac{1}{2}$. p̃ r.c. $\frac{1}{2}$. Et il ſuo Trinomio cubo ſara r.c. $3218\frac{3}{8}$. p̃ 10. p̃ r.c. $64\frac{1}{8}$.

Et ſe per numero rationale del Trinomio pigliaremo $24\frac{1}{6}$. diuidendolo in 24. & $\frac{1}{6}$. Il Binomio A. ſarà rad.cuba 24. p̃ rad.cuba $\frac{1}{6}$. & il ſuo Trinomio cubo ſarà $24\frac{1}{2}$. p̃ r.c. 12592. p̃ r.c. 18. Che qui il numero $24\frac{1}{6}$. è la parte maggiore del Trinomio.

Ancora preſo per numero rationale del Trinomio $32\frac{1}{6}\frac{1}{4}$. ſe lo diuideremo in 32. & $\frac{1}{6}\frac{1}{4}$. le loro rad.

ro rad.cube gionte insieme formaranno ℞ cuba 32.p̃ $\frac{1}{4}$. che sarà il Binomio A. il Trinomio ò cubo del quale si vedrà essere $32\frac{1}{6}$. p̃ ℞ cuba 332. p̃ ℞ cuba $\frac{7}{12}$.

Et vediamo che simili Trinomij cubi composti da numero rationale, & due ℞ cube, possono hauere per ℞ cube diuersi Binomij A. composti, ò da ℞ cube, ò da ℞ cuba, & numero, ò da numero, & rad. cuba.

Et di sopra quando haueßimo il Binomio A. ℞ cuba 13. p̃ rad. cuba 5. se lo partiremo per vna delle sue due parti, & ila per ℞ cuba 5. che ne verrà ℞ cuba 2. $\frac{3}{5}$. p̃ rad cuba 1. cioe rad. cuba $2\frac{3}{5}$. p̃ 1. questo Binomio B. sarà rad. cuba d'vn Trinomio, che nasca a partire quel Trinomio cubo ℞ cuba 22815. p̃ rad. cuba 8775 p̃ 18. per il cubo della rad. cuba 5. partitore adoprato, cioe per 5. (perche dal lato al lato è la rad. cuba di quella proportione, che è dal cubo al cubo, cioe ponia-mo dal lato 3. del cubo R. al lato 5. del cubo S. è quella proportione di $\frac{3}{5}$. che è rad. cuba di quella proporrione di $\frac{1}{1}\frac{7}{25}$. che è dal cubo R. 27. al cubo S. 125.) onde nascendone rad. cuba $182\frac{3}{5}$. p̃ ℞ cuba $70\frac{1}{5}$. p̃ $3\frac{3}{5}$. questo è il Trinomio cubo, che hà per ℞ cuba il detto Binomio B rad. cuba $2\frac{3}{5}$. piu 1.

Et se l'A. rad. cuba 13. piu ℞ cuba 5. haueßimo partito per l'altra parte rad. cuba 13. Pauenimento rad. cuba 1. piu ℞ cuba $\frac{5}{13}$. cioe 1. piu rad. cuba $\frac{5}{13}$. saria vn Binomio C. quale verria ad essere rad. cuba d'vn Trinomio T. rad. cuba $10\frac{5}{13}$. piu ℞ cuba $3\frac{1}{13}\frac{8}{13}$. piu $1\frac{5}{13}$. che nasce a partire il primo il Trinomio rad. cuba 22815. piu rad. cuba 8775. piu 18. per 13. cubo di detta radice cuba 13.

Et se daro esso Trinomio T. si volesse cercare la sua ℞ cuba, che non fosse nota, noi come s'è detto, diuidereßimo il suo numero $1\frac{5}{13}$. in due parti tali, che habbino la maggiore alla minore la proportione di $10\frac{5}{13}$. a $3\frac{1}{13}\frac{6}{36}\frac{8}{36}$. Et all'hora anco conuerrà (accioche il Binomio T. sia cubo) che il quadrato della minore moltiplicaro per la maggiore facci $\frac{1}{13}\frac{3}{36}\frac{5}{36}$. che è quello, che nasce a partire $3\frac{1}{13}\frac{6}{36}\frac{8}{36}$. per 27. Ouero che il quadrato della maggiore moltiplicato per la minore facci $\frac{5}{13}$. che è quello, che nasce a partire $10\frac{5}{13}$. per 27. Onde ponendo essa proportione di $10\frac{5}{13}$. a $3\frac{1}{13}\frac{6}{36}\frac{8}{36}$. in intieri, che sarà fra $\frac{1}{13}\frac{3}{13}$. & $\frac{5}{13}\frac{7}{36}\frac{1}{36}$. cioe fra $\frac{1}{13}\frac{7}{36}\frac{5}{36}$. & $\frac{5}{13}\frac{7}{36}\frac{1}{36}$. cioe fra 1775 & 675. cioe fra 355. & 135. cioe fra 39. & 15. cioe fra 13. & 5. & hora per diuidere l'$1\frac{5}{13}$. in due parti di tal proporsione diremo se il composto di 13 & 5. cioe 18. dà per parti 13 & 5. che darà l'$1\frac{5}{13}$. cioe $\frac{13}{18}$. & subito vediamo, che darà $\frac{13}{18}$. & $\frac{5}{18}$. cioe 1. & $\frac{5}{18}$. che le loro ℞ cu. cioe 1. & ℞ cuba $\frac{5}{18}$. douerranno essere le parti del Binomio A. che sia la rad. cuba del Trinomio T. quando egli sia cubo, perilche accioche esse due parti siano a proposito, cioe accioche si conosca, il Trinomio T. essere veramente cubo, & che il Binomio 1. piu rad. cuba $\frac{5}{18}$. sia la sua rad. cuba, conuerrà che il quadrato della parte maggiore 1. moltiplicato per la parte minore rad. cuba $\frac{5}{18}$. facci l'$\frac{1}{18}$. di rad. cuba $10\frac{5}{18}$. che è la rad. cuba maggiore del Trinomio; Et che anco il quadrato della parte minore rad. cuba $\frac{5}{18}$. moltiplicaro per la parte maggiore 1. facci l'$\frac{1}{18}$. di rad. cuba $3\frac{1}{18}\frac{6}{36}\frac{8}{36}$. che è la rad. cuba minore del Trinomio; Onde moltiplicando 1. quadrato d'1. parte maggiore dell'1. piu rad. cuba $\frac{5}{18}$. per rad. cuba $\frac{5}{18}$. parte minore fa rad. cuba $\frac{5}{18}$. & questo è a punto l'$\frac{1}{18}$. di rad. cuba $10\frac{5}{18}$. ò vogliamo dire, & questo moltiplicato per 3. cioe per rad. cuba 27. fa a punto rad cuba $10\frac{5}{18}$. parte maggiore del Trinomio, come anco moltiplicando rad. cuba $\frac{5}{18}$. quad di rad. cuba $\frac{5}{18}$. parte minore del Binomio per 1. parte maggiore, fa rad. cuba $\frac{1}{2}\frac{5}{36}$. che triplato fa a punto rad. cuba $\frac{5}{18}\frac{7}{36}\frac{5}{36}$. cioe ℞ cuba $3\frac{1}{18}\frac{6}{36}\frac{8}{36}$. parte minore del Trinomio, & cosi siamo sicuri che esso Trinomio è cubo, & che hà per rad. cuba il Binomio 1. piu rad. cuba $\frac{5}{18}$.

Cubisi A. rad. cuba 960. ℞ q.c. 1800.

Il cubo della prima parte è 960. Il quadrato della seconda parte è rad. cuba 1800. Il suo triplo moltiplicato via la prima rad. cuba 960. fa rad. cuba 1800. via rad. cuba 960. via 3. Cioe rad. cuba 225. via 2. via rad. cuba 120. via 2. via 3. che è rad. cuba 2700. via 12. cioe 30. via 12. che fa 360. Et questo giunto a 960. cubo della prima parte fa 1320. che è la prima parte del Binomio C. quale hà da essere il cubo dell'A dato. Quale C. sarà anch'esso Binomio, poiche rad. cuba 1728000 cioe 120. durto della prima parte rad. cuba 960. in rad. cuba 1800. quad. della seconda parte è comunicante a 960. cubo della prima parte. Ilche auuiene sempre, che il dutto della prima parte nel quadrato della seconda parte, & però il suo triplo è comunicante al cubo della prima parte. Ancora il cubo della seconda parte d'A. è rad. quadra 1800. Et il quad. della prima parte è ℞ cuba 921600. che ridorto a ℞ q.c. per moltiplicarlo via la seconda parte, fa ℞ q.c. 921600. via ℞ q.c. 921600. & questo moltiplicaro via la seconda parte ℞ q.c. 1800. & il prodotto triplato, cioe moltiplicato per 3. fa ℞ q.c. 921600. via ℞ q.c. 921600. via ℞ q.q.c. 1800. via 3. Cioe ℞ q.c. 512. via ℞ q.c. 1800. via ℞ q.c. 512. via ℞ q.c. 1800. via ℞ q. 1800. via 3. Delli quali 6. prodotti, li 3. ℞ q.c. 1800. ℞ q.c. 1800. ℞ q.c. 1800. hauendo ciascun d'essi per numero vn me-

desmo

deſmo 1800. & eſſendo tre, il prodotto loro viene ad eſſere il cubo d'vno d'eſſi, & però è 𝔓 quadra 1800. annullandoſi l'altro denominatore di rad.c. Et perche delle r.q.c.512. & r.q.c.512. ciaſcuno de' numeri loro è cubo, elle ſi ridurranno a r.q.8. Et r.q.8. & coſi ſi haurà r.q.8. via r.q.8. via r.q.1800 via 3. Ma r.q.8. via r.q.8. fa 8. & queſto via 3. fa 24. però ſi ridurranno a r.q.1800. via 24. Et perche queſto ſi hà da ſommare con il cubo della ſeconda parte, che è rad.q. 1800. la ſomma ſarà vna volta di più eſſa rad quadra 1800. cioe ſarà 25. volte rad. quadra 1800. onde moltiplicando 25. cioe rad.625. via rad.1800. il prodotto rad.1125000. ſarà l'altra parte del Binomio C. onde egli ſarà 1320 piu rad.1125000. quale è il cubo dell'A. dato r.c. 960. piu rad. quadra cuba 1800.

Ancora per cubare facilmente il dato Binomio A. rad.cuba 960. piu r.q.c. 1800. noi potiamo in vece ſua cubare vna parte d'eſſo, cioe partirlo per vn numero, ò quantità comoda a beneplacito, poniamo hora per rad.cuba 30. (che è r.q c.900.) che ne viene rad.cuba 32. piu r.q.c.2. & chiamiamolo D. & cubare hora queſto D. (che il cubo della prima parte è 32. Il quadrato della ſeconda parte è rad.cuba 2. che moltiplicato via la prima r.c.32. fa r.c.64. cioe 4. & queſto triplato fa 12. da giõgere al 32. cubo della prima parte, & fa 44. per prima parte del Binomio S. che ſarà il cubo del D.

Ancora il quad. della prima parte r.c.32. è r.c.1024. che ridotta a r.q.c. & moltiplicato per r. q.c.2. ſeconda parte, & il prodotto triplato ſi haurà r.q.c.1024. via r.q.c.1024. via r.q.c.2. via 3. che per comodità (partendo le due prime quantità per r.q.c.2.) diremo eſſere r.q.c.512. via r.q.c.2. via r.q.c.512. via r.q.c.2. via r.q.c.2. via 3. ma il dutto fra loro delle tre r.q.c.2. è r.q.2. Et r.q.c.512. è r.q.8. come anco l'altra r.q.c.512. è r.q.8. onde finalmente haueremo r.q.8. via r.q.8. via r.q.2. via 3. Di queſte il prodotto di r.q.8. via r.q 8. è 8. & moltiplicato via il 3. fa 24. & coſi haueremo r.q.2. via 24. queſto ſi hà da giongere al cubo di r.q c.2. ſeconda parte, qual ſuo cubo è r.q.2. perilche 24. volte r.q.2. con vn'altra volta r.q.2. farà 25. volte r.q.2. cioe r.625. via r.2. che produce r.1250. & queſto ſarà l'altra parte del Binomio S. egli dunque ſarà 44. piu rad. 1250. che è il cubo del D. r.c.32. piu r.q.c.2. Queſto S. mò ſi douerà moltiplicare per il cubo della r.c. 30. con che ſi partì l'A. per ridurlo al D. cioe ſi moltiplicarà per 30. & fa 1320. piu r.q.c.1125000. per il Binomio C. che è cubo dell'A. dato.

Si può anco auertire nel cubare il Binomio A. r.c.960. piu r.q.c.1800. che douẽdo la prima parte del C eſſere q̃l num. (1320.) che ſi cõpone dal cubo della prima parte dell'A. che è il num. 960. & dal prodotto che naſce a moltiplicare il triplo del quad. della ſeconda parte, qual quad. & ſuo triplo è r.c. nella prima parte, che è r.c. cõuiene che il num. di queſto prodotto, che è r.c. ſia num. cubo, acciò eſſo prodotto ſi poſſa ridurre a num. ſimplice da giungere al cubo della prima parte, che pure è num. ſimplice, che nõ hauendo il Binomio A. dato (cõpoſto da r.c. & r.q.c.) queſta qualità il C. cubo d'eſſo A. non ſaria Binomio (cõpoſto da num. & r.q.) ma ſaria quadrinomio; Et il Binomio A. dato haurà le conditioni dette, & il ſuo cubo ſarà pure Binomio; Quando il num. della parte moltiplicato nel num. della ſeconda parte produrrà num. cubo (perche il quad. della ſeconda parte (che è r.q c.) ſarà vna r.c. dell'iſteſſo num. quale douẽdoſi moltiplicare nella prima parte che è r.c. il prodotto che è r.c. acciò ſi poſſa ridurre a num. rationale, & che perciò il ſuo triplo non pure numero rationale perche ſi poſſa giongere con il cubo della prima parte, che ſarà pure numero rationale) conuiene che il numero d'eſſa r.c. prodotto ſia numero cubo.) Onde preſo vn numero cubo a beneplacito, & partitolo per qual numero ci piacerà, l'auenimento, & il partitore potranno eſſere l'vno, ò l'altro, il numero della r.c. & l'altro, ò l'vno il num. della r.q.c. che accompagnati inſieme formaranno vn Binomio A, il cubo del quale ſarà vn'altro Binomio C. contenuto da numero, & rad.q. auertendo però, che il partitore, che ſi adopri non ſia numero cubo ne quadro cubo, ò tale, cioè delle dui partitore, & auenimento quello che ſi vorrà adoprare per radice cuba non ſia cubo, perche all'hora tal quantità ſi potria ridurre a numero rationale, & quello che ſi vorrà adoprare per r.q.c. non ſia ne quadro, ne cubo, ne cubo, ne quadro, accio che eſſa r.q.c. nõ ſi poſſa ridurre a nu. ration. ne a r.q. ne a r.c. ma ſia veramẽte r.q. c. irrationale.

Per eſſempio preſo poniamo 8. numero cubo, partendolo per 2. ne viene 4. però potremo adoprare il 4. come rad.c. (che per q.c. non ſi può adoprare, eſſendo egli quadrato, cioè non ſi può dire r.q.c.4. che queſto ſi ridurria a r.c.2.) & il 2. come rad.quad.cub. & coſi il Binomio A. potrà eſſere rad.c.4.p̃ r.q.c.2. Et il ſuo cubo C. ſarà 10.p̃ rad.98.

Ouero ſe pigliaremo per r.c. parte dell'A. quali vorremo, poniamo r.c.10. & con il ſuo nu. 10. partiremo vn nu. cubo a beneplacito rale, nondimeno, che l'auenimento non ſia ne quadro (che perciò 1000. che ne viene 100. che è quadrato) & ſia poniamo 125. che ne viene $12\frac{1}{2}$. Ouero 8. che ne viene $\frac{1}{1}$. ouero 64. che ne viene $6\frac{2}{1}$. ouero $15\frac{1}{8}$. che ne viene $1\frac{2}{1}\frac{0}{6}$. (ma queſto non è a propoſito, perche $1\frac{2}{1}\frac{0}{6}$. è numero quadrato, & però r.q.c. $1\frac{2}{1}\frac{0}{6}$. ſignificaria r.c. $1\frac{1}{4}$.) all'hora

l'altra parte del Binomio A. saria ℞ q.c. $12\frac{1}{2}$. ò ℞ q.c. $\frac{4}{1}$. ò ℞ q.c. $6\frac{1}{2}$. Et cosi il Binomio A. saria rad. cuba 10. p̃ ℞ q.c $12\frac{1}{2}$. ò rad. cuba 10. p̃ ℞ q.c. $\frac{4}{1}$. ò rad. cuba 10. p̃ ℞ q.c. $6\frac{1}{2}$. Et se essendo pure rad. cuba 10. vna parte del Binomio A. pigliaremo il numero cubo 8000. che partito per 10. ne viene 800. all'hora l'altra parte del Binomio A. sarà ℞ q.c. 800. & esso Binomio A. sarà rad. cuba 10. p̃ ℞ q.c. 800. ma essendo ℞ q.c. 800. maggiore di rad. cuba 10. si dirà ℞ q.c. 800. p̃ rad. cuba 10. & per formare il Binomio C, noi per adoprare numeri piccoli comodi, potremo partire questo A per rad. cuba 5. (che è ℞ q.c. 25.) & ne deriuarà ℞ q.c. 32. p̃ rad. cuba 2. & chiamiamolo B. & lo cubaremo chiamando il suo cubo D. quale poi moltiplicaremo per il cubo di radice cuba 5. cioè per 5. & il prodotto sarà il Binomio C. cubo dell'A. Onde per cubare il B. diremo il cubo della prima parte ℞ q.c. 32. è ℞ q. 32 Ancora il quadrato della seconda parte rad. cuba 2. è rad. cuba 4. da moltiplicare con la prima parte ℞ q.c. 32. cioè ℞ q.c. 16. via ℞ q.c. 32. & fa ℞ q.c. 512. che è ℞ q. 8. da triplare, & fa ℞ q. 72. che si giunge à ℞ q. 32. cubo della prima parte, & fa ℞ 2. via 6. via p̃ 4. cioè via 10. che fa ℞ q. 200. & è la prima parte del Binomio D. Et seguendo diremo, il cubo di rad. cuba 2. seconda parte del B. è 2. Ancora il quadrato della prima parte ℞ q.c. 32. è ℞ c. 32. da moltiplicare con la seconda parte rad. cuba 2. & fa rad. cuba 64 cioe 4. da triplare, & fa 12. questo si giugne al 2. cubo della seconda parte, & fa 14. per la seconda parte del Binomio D. & cosi egli sarà ℞ 200. p̃ 14. questo moltiplicaremo hora per 5. & fa ℞ 5000. p̃ 70. per il Binomio C. cubo dell'A. ℞ q.c. 800. p̃ ℞ c. 10.

Hora conuersamente se dato il Binomio C, ℞ 5000 p̃ 70. vorremo trouare la sua rad. cuba, cioè il Binomio A. diremo i quadrati di queste due parti del C. sono differenti in 100. però in rad. cuba 100. doueranno essere differenti i quadrati delle due parti dell'A, cioè in poco manco di 5. Et perche il C. importa poco più di 140. l'A sua rad. cuba douerà importare poco più di rad. cuba 140 che è poco più di 5. onde le parti dell'A. importariano circa a 3. & circa a 2. che faccino più di 5. & che i loro quadrati siano circa a 9. & circa a 4. che siano differenti in poco mãco di 5. Et perche la parte minore circa a 2. hà da essere ℞ cuba, & comunicante a rad cuba 100. differenza delli quadrati delle due parti, se la poneremo ℞ cuba 7. ò rad. cuba 9. i quadrati rad. cuba 49. ò rad. cuba 81. non saranno comunicanti con ℞ cuba 100. ma ponendo la rad. cuba 10. vediamo che il suo quadrato rad. cuba 100. è comunicante con rad cuba 100. differenza detta, che entra in essa 1. volta precise. Onde rad. cuba 10. potrà essere la parte minore del Binomio A. al quadrato della quale che è ℞ cuba 100. gionto ℞ cuba 100. differenza detta fa ℞ cuba 800. che saria il quadrato della parte maggiore, & però ella doueria essere la ℞ di questa rad. cuba 800. cioè doueria essere ℞ q.c. 800. che accompagnato alla ℞ cuba 10. farà ℞ q.c. 800. p̃ rad. cuba 10. quale douerja essere il Binomio A. Onde esaminandolo, & cubandolo vedremo, che il quadrato della parte maggiore è rad. cuba 800. quale moltiplicato con la minore rad. cuba 10. fa rad. cuba 8000. cioe 20. il suo triplo è 60. & gionto a 10. cubo della seconda parte ℞ cu. 10. fa 70. che è a punto la parte minore del Binomio C. Et cosi anco trouaremo, che seguendo al solito ne riuscirà la parte maggiore ℞ 5000. d'esso C. (che il cubo della parte maggiore è ℞ q. 800. Il quadrato della parte minore è rad. cuba 100. quale moltiplicato via la parte maggiore ℞ q. cuba 800. cioe ℞ q.c. 10000. via r.q c. 800. fa r.q. 8000000. cioe r.q. 200. il suo triplo è r.q. 1800. da giõgere al quadrato detto della parte maggiore, cioe a r.q. 800. che la somma sarà r.2. via 30. p̃ 20. cioè via 50. cioè via r. 2500. che fa r.q. 8000.) per il che saremo sicuri il Binomio C. essere cubo, & che la sua r.c. è r.q.c. 800. p̃ r.c. 10. A. sopradetto.

Ancora essendo proposto il Binomio A. r.q.c. 3868. p̃ r c. 12. volendo vedere se il suo cubo sarà ancor egli Binomio, moltiplicaremo il numero della r q.c. con il numero della r.c. cioe 3868. via 12. & produce 46516. quale vedremo se è numero cubo, che andando vn punto sotto al 6. destro, abbracciando il 46. sinistro, la r.c. del quale 46. sinistro è 3. B. con auanzo, potremo considerare senz'altra operatione, che douendo essere il 46516. numero cubo, perche egli termina in 6. conuerrà che la sua rad. cuba termini anch'ella 6. (perche il cubo di 6. è 6.) Onde conuerrà, che essendo la figura B 3. tutto il numero sia 36. però se 46516. sia numero cubo conuerrà che sie la saa ℞ cuba sia 36. Onde cubaremo questo 36. che 36. via 36. fa 1296. & questo via 36. fa 46656. quale non è altrimenti il 46516. prodotto di sopra trouato, però egli non è cubo, & perciò ne anco il cubo del Binomio A. potrà essere Binomio. Et con questa consideratione potrà auuertire lo Studente, che quando alcun numero proposto termini in 1. se egli sarà numero cubo, la sua rad. cuba douerà terminare in 1. cubo d'essa rad. 1. Se il proposto termini in 2. la sua rad. cuba (essendo egli cubo, douerà terminare in 8. se in 3. la r.c. terminare in 7. se in 4. terminare in 4. se in 5. terminare in 5. se in 6. terminare in 6. se in 7. terminare in 3. se in 8. terminare in 2. Et se in 9. la r.c. douerà terminare in 9.

Cubisi r.q.5. p̃ r.q.3. Binomio A. composto da due r.q. Il suo cubo è questo quadrinomio C.

r.675.

r.675.p̃ r.405.p̃ r.125.p̃ r.27. Onde ſi vede, che in queſto quadrinomio compoſto da quattro r.q. douendo egli eſſere cubo, conuerrà che vi ſi trouino dui numeri cubi fra eſſi quattro numeri delle ſue quattro radici quadre, & all'hora le rad.cube d'eſſi dui numeri delle radici quadre d'vn Binomio A. che ſarà rad. cuba del quadrinomio C. ſe egli ſarà cubo; Onde hora fra i ſuoi quattro numeri eſſendouene due 125. & 27. cubi, preſe le loro rad.cube, che ſono 5. & 3. & dandoli nome, ò denominatione di r.q. formaremo r.5. p̃ rad.3. & queſto ſarà il Binomio A. che ſarà r.cuba del quadrinomio C. quando egli ſia cubo, per cubandolo ſe ne deriuarà il C. faremo ſicuri che eſſo C. ſia cubo.

Ma auuertaſi che eſſi quadrinomij coſi compoſti ſono realmente Binomij, che in queſto rad. 675. dutto della ſeconda parte r.1. nel triplo del quadrato della prima rad.5. h può ſommare con rad.227. cubo della ſecõda parte, & fa rad.972. (che rad.3. in rad.675. entra per rad.225. cioe 15. volte; & in rad.27. entra per rad.9. cioe 3. volte, però nella ſomma loro entrarà 18. volte, onde 18. cioe rad.324. via rad.3. fa rad.972.) Et rad.405. ſi può ſommare con rad.125. (che rad.5. entra in l'vna 9. volte, & in l'altra 5. volte, cioe nella ſomma loro entra 14. volte) & fa rad. 980. però eſſo quadrinomio ſi riduce a rad.980. piu rad. 972. Binomio C. cubo del dato radice 5. piu radice 3.

Et ſe dato il Binomio A. rad.5. p̃ rad.3. da cubare, noi ridurremo vno de'ſuoi dui nomi poniamo il primo rad.5. alla vnità partendo detto Binomio per eſſo ſuo primo nome rad. 5. egli ſi ridurrà ad 1. p̃ rad. $\frac{3}{5}$. Binomio B. quale ſarà facile da cubare, che il cubo della prima parte è 1. Il dutto d'eſſa prima parte nel triplo di $\frac{3}{5}$. quadrato di rad. $\frac{3}{5}$. ſeconda parte è $1\frac{4}{5}$. che con l'1. detto cubo della prima parte fa $2\frac{4}{5}$. per vna parte del D. cubo di detto B. Ancora il cubo di rad. $\frac{3}{5}$. ſeconda parte è rad. $\frac{27}{125}$. ò vogliamo dire è rad. $\frac{3}{5}$. volte $\frac{3}{5}$. Et il dutto del triplo del quadrato della prima parte 1. cioè di 3. nella ſeconda parte rad. $\frac{3}{5}$. è rad. $\frac{3}{5}$. 3 volte, che gionto con rad. $\frac{3}{5}$. volte $\frac{3}{5}$. cubo d'eſſa ſeconda parte fa rad. $\frac{3}{5}$. volte $3\frac{3}{5}$. cioe rad. $\frac{3}{5}$. via rad. $\frac{3}{5}$. $2\frac{4}{5}$. che fa r. $\frac{9}{5}$ $\frac{3}{5}$ $\frac{3}{5}$. cioe rad $7\frac{9}{5}$ $\frac{3}{5}$. che è l'altra parte del D. però queſto D. cubo del B. ſarà $2\frac{4}{5}$. piu rad $\frac{9}{5}$ $\frac{3}{5}$. quale hora moltiplicaremo per il cubo di rad. 5. (partitore adoprato dell'A.) cioe per rad.125. che per coſtitui ſuo dire 5 via rad.5. & fa 14. via rad.5. p̃ rad.38. $\frac{3}{5}$ $\frac{3}{5}$. via 5. Cioe rad.196. via rad.5. p̃ rad.18 $\frac{3}{5}$. via rad.25 che fa rad. 980. piu rad. 972. & è il Binomio C. cubo dell'A. dato.

Et hauendo partito 1. Binomio A. per il ſuo minor nome rad.3. ſi faria ridutto a rad.1 $\frac{3}{5}$. p̃ 1. B. che produce rad 1 $\frac{3}{5}$. via 1 $\frac{3}{5}$. p̃ rad. 1 $\frac{3}{5}$. via 3. cioe rad. 1 $\frac{3}{5}$. via 4 $\frac{3}{5}$. cioe rad $\frac{5}{5}$. via rad $\frac{9}{5}$ $\frac{3}{5}$. che fa rad. 9 $\frac{3}{5}$ $\frac{3}{5}$. Et 1. p̃ 1 $\frac{3}{5}$ via 3. cioe 1. p̃ 5. che fa 6. Et coſi il D cubo del B. ſarà rad. 36 $\frac{3}{5}$ p̃ 6. quale ſi douerà moltiplicare per il cubo di rad. 3. (partitore dell A per ridurlo all'1) cioe per rad 27. & fa rad 980. p̃ rad. 972. che è il Binomio C. cubo dell'A.

Et ſe dato il Binomio C. rad. 980. p̃ rad. 972 ne trouaremo trouare la ſua rad. cuba, noi cauando il quadrato del minor nome dal quad. del maggiore vedremo che reſta 8. la rad. cuba del quale è 2. però 2. conuerrà che ſia la differenza de' quadrati delle due parti dell A. quale faria ancor lui compoſto da due rad. quadre a ſimilitudine del C. perche i quadrati delle parti d'eſſo C. conuiene che ſiano numeri rationali accioche la loro differenza poſſa eſſere il 2. detto, che è numero rationale; Hora veduto che rad. 980. p̃ rad. 972. Binomio C. dato importa poco piu di 62. la rad. cuba del quale non arriua a 4. ſapremo che il valore dell'A. non può arriuare a 4. Onde conuerrà trouare due rad. quadre, i numeri, cioe i quadrati delle quali ſiano differenti in 2. & che la ſomma d'eſſe, cioe del valore loro non arriui a quattro. perilche ſubito ſi vede, che ſarãno rad. 5. & rad. 3. & coſi diremo il Binomio A. douere eſſere rad. 5. p̃ rad. 3. quando però il C. dato ſia cubo, come vedremo eſſere cubo, perche cubando rad. 5. p̃ rad. 3. ſe ne produce a punto rad. 980. piu rad. 972.

Et coſi ſi vede, che il cubo d'vn Binomio compoſto da due radici quadre è anch'egli Binomio compoſto ſempre da due rad. quadre, & che conuerſamente la rad. cuba d'vn Binomio compoſto da due rad. quadre è ſimilmente vn Binomio compoſto da due rad. quadre; Ancora che il cubo d'vn Binomio compoſto da numero, & rad. quadra è ſimilmente vn Binomio compoſto da numero, & r.q. Et che conuerſamente la rad. cuba d'vn Binomio compoſto da numero, & r.q. è ſimilmente Binomio compoſto da numero, & r.q. Et che ſe il Binomio è compoſto da r.q. & numero, ancora il ſuo cubo ſarà compoſto da r.q. & numero. Et conuerſamente che d'vn Binomio compoſto da rad. quadra, & numero, la ſua rad. cuba è Binomio ſimilmente compoſto da rad. quadra, & numero.

Cubiſi 3 p̃ r.q.c.5. Binomio A compoſto da numero rationale, & da r.q.c. Il ſuo Cubo è queſto quadrinomio C. 27. piu rad.5. piu (rad.q.c.5. via 27.). piu r. cuba 5. via 9. Cioe rad. quadra cuba 193710244 $\frac{3}{5}$. piu 27. piu rad. cuba 3645. piu rad. 5. Onde ſi vede, che in eſſo Quadrinomio

mio,compoſto da r.q.c.da r.c.da nu.& da r.q.douendo egli eſſere c.cõuerrà, che la ſua r. c. ſia vn Binomio A,compoſto da numero,& r.q.c.i dui nomi del quale ſaranno le rad.cube del nu. rationale,& de'la r.q.del quadrinomio,cioè le r.cubi di 27.& di r.5.che ſono 3.& r.q.c.5. & gionte inſieme formano 3 p̃ r.q.c.5.

Cubiſi ℞.q.c.3 p̃ ℞. q.c.2.Binomio A.compoſto da due ℞.q.c.Il ſuo cubo è queſto quadrinomio C.r.3.p̃r.2.p̃ (r.q.c.9.via ℞.q.c.2.via 3.)p̃(℞. q.c.4.via ℞ q.c.3. via 3.) cioè ℞ q. c. 13122. più ℞ q.c.8748.p̃ r.3.p̃r.2. Onde ſi vede che in eſſo quadrinomio compoſto da due rad. q. cub. & da due rad. q. douendo egli eſſere cubo,conuerrà,che la ſua rad.cuba ſia vn Binomio A.compoſto da due ℞ q.c.i dui nomi del quale ſaranno le rad.cube delle due r.q.del quadrinomio, cioè le ℞ cube di rad. 3.& di rad.3.che ſono ℞ q.c.3. & ℞. q. c. 2. & gionte inſieme formano ℞ q.c.3. più ℞ q.c. 2.

Et ſe partiremo il dato Binomio ℞ q.c. 3.più ℞ q.c. 2.per la ſua prima parte ℞q.c.3.ne deriuarà 1.piu ℞ q.c.$\frac{2}{3}$.B.quale cubandolo ne deriuarà il quadrinomio ℞ q.c. 486. piu ℞. cuba 18. piu 1.piu rad. $\frac{2}{3}$.Queſto mò ſi moltiplicarà per il cubo di ℞ q.c.3.partitore adoprato, cioè per rad.3.& ſe ne produce ℞ q.c.13122.piu r.q.c.8748.piu rad.3.piu rad.2.che è il cubo d'A.

Ma partendo il Binomio A.per la ſeconda ſua parte r.q.c.2.ne deriuarà rad.q.c.1$\frac{1}{2}$.piu 1.che che è il B.il Cubo del quale è queſto quadrinomio D.r.1$\frac{1}{2}$.piu r.piu ℞ c.40$\frac{1}{2}$.piu r. q. c.1093$\frac{1}{2}$. quale ſi moltiplicarà per r.2. (Cubo del partitore r.q.c.2.)& ſe ne produrrà il cubo d'A. cioè il quadrinomio r.3.piu r.2.piu r.q.c.13122.piu r.q.c.8748.

Cubiſi r.3.piu r.q.c.2.Binomio A.compoſto da r.q.& da r.q.c. Il cubo della prima parte è r.q. 27.Il cubo della ſeconda è r.q.2. Il quadrato della prima parte è 3.ò rad.q.9.cioè r. q. c. 729.da moltiplicare per la ſeconda parte rad.q.2.& fà r.q.c. 1458.quale ſi tripla, cioè ſi moltiplica per rad.q.c.729.& fa rad.q.c.1062882. Il quadrato della ſeconda parte è rad.cuba 2.ò r. q.c.4. da moltiplicare per la prima parte rad.3.ò per rad.q.c.27.& fà r.q.c.108.quale ſi tripla,cioè ſi moltiplica per rad.q.c.729.& fa rad.q.c.78732. Onde il totale cubo del Binomio A.farà rad.quad.c. 1016882.più rad.q.c.78732.più rad.q.27.più rad. q. 2. che è vn quadrinomio C. compoſto da due rad.q.c.& da due rad q. Onde ſi vede che in eſſo quadrinomio compoſto da due rad. q. c. & da due r.q.douendo egli eſſere cubo conuerrà,che la ſua rad.cuba ſia vn Binomio A,compoſto da vna rad.q.& da vna r.q.c.i dui nomi del quale ſaranno le ℞ cube delle due r.q.che ſi trouano nel quadrinomio, cioè le rad.cube di r.q.27.& di rad.q.2.che ſono r.q.c.27. cioè r.q.3. & r. q. c.2.& gionte inſieme formano r.3.piu r.q.c.2.

Er ſe dato il Binomio A r.3.più r.q.c.2.lo partiremo per la ſua prima parte rad.3.ne deriuarà 1. più r. q.c. $\frac{2}{3}\frac{1}{3}$. Binomio B.il cubo del quale è 1.più rad.$\frac{2}{3}\frac{1}{3}$.più rad.q.c.54.più r.q. c.4. (che è r.cuba 2.)queſto quadrinomio 1.p̃r.$\frac{2}{3}\frac{1}{3}$.p̃r.q.c.54.p̃r.c.2.che è il cubo del B.ſi moltiplichi hora per r 27.cubo della rad.3.partito.e adoprato,& fà r.27.p̃ r.2.p̃ r.q.c.1062882.p̃r.q. c.78732. che è il quadrinomio C.cubo del Binomio A.dato.

Che partendo il dato A.per r.q.c.2.ſua minor parte,egli ſi ridurrà a r. q. c. 13$\frac{1}{2}$.più 1.B.il cubo del quale è r.13$\frac{1}{2}$.p̃ 1. ℞ cuba 364$\frac{1}{2}$.p̃ rad.q.c. 9841$\frac{1}{2}$. queſto quadrinomio D.moltiplicare-mo hora per r.2.cubo di rad.q.c.2.partito,e adoprato,& ſe ne produce rad.27. p̃ r.2. p̃ rad. q. c. 1062882.p̃ rad.quad.c.78732.che è il Quadrinomio C.cubo d'A dato.

Si può auertire,che nel Quadrinomio C.i dui numeri delle ſue rad. q. c. ritengono frà loro la proportione iſteſſa,che hanno i dui numeri delle ſue due rad.q. cioè hora di 27. a 2. ò vogliamo dire perciò che hanno i numeri de i cubi delle due parti del Binomio A. dato (le quali eſſendo r.3.& r.q c.2.& però i loro cubi r 27.& rad.2.i num. d'eſſe ſono 27.& 2.)perche il minore 78732. deriua da moltiplicare 108.via 729.qual 729.è ſempre il q.c.di 3.& il maggiore 1062882. deriua da moltiplicare 1458.via 729.quale 729.è pure ſempre l'iſteſſo q.c.di 3 onde remoſſo queſto 729.da ciaſcuna banda ſi vede,che il minore numero 78732.al maggiore 1062882.deue hauere la proportione di 108.a 1458.Di queſti il 108.naſce à moltiplicare 27.cubo del 3. numero della rad.della prima parte via 4.dutto di 2.numero della rad.q.c.della ſeconda parte nel medeſimo 2. cioè il 108.naſce da moltiplicare 27.via 2.via 2. Et il 1458.naſce dal 729 quadro cubo del 3.numero della r.della prima parte,cioè da 27. via 27.che è il cubo del numero della prima par.via 27.moltiplicato via 2.numero della r.q.c.della ſeconda parte.Cioè 16108.è prodotto da 27. via 2.via 2 Et il 1458.è prodotto da 27.via 27.via 2.onde remoſſo 27.via 2.da ciaſcuna banda,reſta dalla parte del 108.ſolo 2.& dalla parte del 1458.ſolo 27.onde dal 108. al 1458, viene ad eſſere come da 2.a 27.ma queſti 2.& 27.ò 27.& 2.ſono i num. delle rad.27.& r.2.cubi delle due parti radice 3.& r.q.c. 2.del Binomio A.dato però è chiaro,che i dui numeri delle due rad. q. c. del quadrinomio C.hanno fra loro la proportione delli dui numeri 27.& 2.delle due rad.q.che ſono i cubi delle due parti del Binomio A. Onde il 27.eſſendo volte 13$\frac{1}{2}$.quanto il 2.ſi conoſce, che tro-

nato

nato il numero 78732. della minor R. q.c. del quadrinomio (che nasce a moltiplicare il quadrato della parte minore, per il triplo della parte maggiore) moltiplicandolo per detto $13\frac{1}{2}$. il prodotto 1062882. sarà il numero della maggiore R. q.c. d'esso quadrinomio.

Cubisi R. 24. p̃ R. q.c. 54. Binomio A. composto da vna R. q. & da vna R. q.c.

Il cubo della prima parte è R. 13824. Il cubo della seconda parte è R. 54. quale è communicante con R. 13824. (& però si possino sommare insieme.) Che 24. numero della R. q. è come da numero quadrato a numero quadrato con 54. numero della R. q.c. che v'entra per $2\frac{1}{4}$. che è numero quadrato. & la sua R. q. è $1\frac{1}{2}$. ò vogliamo dire il 24. al 54. hà proportione quad. cioè di denominatore quadrato perche il dutto loro 1296. è numero quadrato (che hà 96 per R. q. ò pure perche a partire così il 24. come il 54. per vn medesmo 6. ne vengono 4. & 9. ambidui quadrati: Onde perche R. 24. via R. 24. via R. 24 è quanto R. 6. via 2. via R. 6. via 2. via R. 6. via 2. & li 2. via 2. via 2. fa 8. Et le R. 6. via R. 6. via R. 6. è quanto 6. via R. 6. haueremo 8. via 6. via R. 6. cioe 48. volte R. 6. Ancorà R. 54. è R. 6. via R. 9. cioe R. 6. via 3. cioe 3. volte R. 6. perilche sommata con l'altra, che è 48. volte R. 6. fa 51. volta R. 6. cioe R. 2601. via rad. 6. che produce rad. 15606. Et questo è la somma de i cubi delle due parti del Binomio A.

Et così si vede, che il numero della rad. quadra, il numero della R. q. e. haverà proportione come da numero quadrato a numero quadrato, ò vogliamo dire, che a moltiplicare l'vn numero per l'altro il prodotto sia numero quadrato; Ouero che a partire l'vn numero per l'altro, l'auenimento sia numero quadrato, all'hora i cubi delle due parti del Binomio dato, quali cubi saranno due rad. quadre, saranno comunicanti, ò commensurabili fra loro, & però si potrãno sommare insieme, & ridurre ad vna sola quantità. Et seguendo il quadrato di rad. 24. prima parte è 24. & il suo triplo è 72. da moltiplicare per R. q.c. 54. seconda parte, cioe R. q.c. 1393 14069504. via R. quad. cuba 54. che fa rad. quad. cuba 7512291975 3216.

	676
	176
rad. quadra cuba	331776
	7962624
rad. quadra cuba	91102976
rad. quadra cuba.	54
	171902678 4
rad. quadra cuba	10319560804
	729
	9287604671 16
	743008380688
rad. quadra cuba	7512295975 3216

rad. quadra cuba	2916
via rad. quadra cuba	729
	26244
	209952
rad. quadra cuba	2125764
via rad. quadra cuba (24. via 24. via 24.)	
	51018336
	1224440064
rad. quadra cuba	29386561536
	5184
	72
	61208
	373247
	373248
rad. quadra cubà	1393 14069504
via rad. quadra cuba	54
	125382662553 6
radice quadra cuba	7512295975 3216

Ancora il quadrato di R. q.c. 54. seconda parte è R. q.c. 2916. il suo triplo, cioe il suo dutto via R. q.c. 729. è R. q.c. 2124764. da moltiplicare per la prima parte, che è R. 24. cioe R. q.c. 13824. & fa r.q.c. 26386561536. & così haueremo per totale prodotto ò cubo del dato Binomio A. il Trinomio rad. 15606. p̃ r.q.c. 29386561536. p̃ r.q.c. 7512295975 3216.

Et quì si può auertire, che i dui numeri delle due r.q.c. del Trinomio C. hanno fra loro la proportione de i due numeri delle due rad. quadre, che mostrano i cubi delle due parti rad. 24. & r.q.c. 54. del Binomio A. quali cubi sono rad. 13824. & rad. 54. & da 13824. a 54. è la proportione di 256. ad 1. & però trouato il numero della minore r.q.c. del Trinomio, moltiplicando per 256. ò vogliamo dire per 16. via 16. il prodotto sarà il numero della maggiore r. q. c. dell'istesso Trinomio C.

Ancora per cubare il dato Binomio A. rad. 24. p̃ r.q.c. 54. noi partendolo per rad. 24. n prima parte lo ridurremo al B. 1. p̃ r.q.c. $\frac{\text{rad. 54.}}{\text{rad. 24.}}$. cioe ad 1. p̃ r.q.c. $\frac{1}{2}$. cioe ad 1. p̃ r.c. $1\frac{1}{6}$. que-

sto B. mò cubaremo, & fa 1. p̃ $\frac{1}{1}\frac{1}{6}$. p̃ (3. via r.c. $\frac{1}{1}\frac{1}{6}$. cioe r.c. 27. via r.c. $\frac{1}{1}\frac{1}{6}$. che fa rad. cu. $1\frac{1}{1}\frac{1}{6}$. Et p̃ B. cuba $\frac{1}{2}\frac{1}{5}\frac{1}{6}$. via 3. cioe via rad. cuba 27. che fa rad. cuba $\frac{1}{2}\frac{2}{5}\frac{7}{6}$. Onde il cubo totale di B. è $1\frac{1}{1}\frac{1}{6}$. p̃ rad. cuba $1\frac{1}{1}\frac{1}{10}$. p̃ rad cuba $\frac{1}{2}\frac{2}{5}\frac{7}{6}$. Trinomio D. da moltiplicare per il cubo di r. 24. n che è rad. 13824. & fa r. 15606. p̃ r.q.c. 293865 61536. piu r.q.c. 752295975 3216.

rad. $\frac{1}{2}\frac{8}{5}\frac{1}{6}$. cioe rad. $1\frac{2}{2}\frac{3}{5}\frac{3}{6}$. via rad. 13819
1728
54
fa rad. 15606

et rad. cuba $\frac{1}{2}\frac{2}{5}\frac{7}{6}$. è r.q.c. $\frac{7}{2}\frac{2}{5}\frac{0}{6}$. via rad. 13824.

via 256

fa rad. quadra cuba 729. via 13824. via 13824. via 13824.
esimo di 256. via 256
cioe esimo di 16. via 16, via 16. via 16.

Cioe fa rad. quadra cuba (729, via 864. via 864. via 54.

729
54
39366

864
864
746496
39366
4478976
26873856
6718464
2239488

Cioe rad. quadra cuba 293865 61536 t
470184984576
rad. quadra cuba 752295975 3216 r

Ancora rad. cuba $1\frac{1}{1}\frac{1}{6}$. cioe rad. cuba $\frac{1}{1}\frac{7}{6}$. via rad. 13824. Onde perche r. cuba $\frac{1}{1}\frac{7}{6}$. è volte rad. cuba 16. quanto rad. cuba $\frac{1}{2}\frac{2}{5}\frac{7}{6}$. già adoprata a trouare il prodotto t si vede, che il prodotto che si cerca, & sia r si trouarà facilmente, moltiplicãdo il già trouato t per detta rad. cuba 16. che è r.q.c. 256. onde moltiplicando il numero della r.q.c. del t per 16. & il prodotto per 16 ne resultarà il numero della r.q.c. dell' r cercato.

Et se haueßimo partito il dato Binomio A. per la sua seconda parte rad. quadra cuba 54. si faria ridutto a rad. q.c. (24. via 24. via 24.) che è r.q.c. (4. via 576.) che è r.q.c. via 64. che è r.q.c. 256. cioe rad. cuba 16. che 54 è la prima parte del B. & l'altra saria 1. però il B. saria rad. cuba 16. p̃ 1. Et questo cubandolo fa 17. p̃ rad. cuba 6912. p̃ rad. cuba 432. che è il D. da moltiplicare per il cubo di r.q.c. 54. n qual cubo è rad. 54. & fa r. 15606. p̃ r.q.c. 752295975 3216. p̃ r.q.c. 293865 61536. che è Trinomio C. cubo del dato Binomio A.

Da quanto s'è operato nel cubare questi Binomij contenuti da r.q. & r.q.c, si conosce, che quãdo il numero della r.q. al numero della r.q.c. haurà proportione di denominatore quadrato, all'hora il cubo del Binomio A. sarà vn Trinomio contenuto da vna r.q. & da due r.q.c. Che il Binomio A. all'hora si potra ridurre a Binomio contenuto da numero, & rad. cuba, Ma quãdo nel Binomio A. il numero della r.q. al numero della r.q.c. non habbi proportione come da numero quadrato a numero quadrato, all'hora il cubo d'esso Binomio A. sarà vn quadrinomio contenuto da due r.q. & da due r.q.c. Che detto Binomio A. all'hora si ridurria a Binomio contenuto da numero, & da r.q.c.

Ancora cubisi r.q.c. 24. p̃ r.q. 54. Binomio A. composto da due r.q.c.

Il cubo della prima parte è rad. 24. Il cubo della seconda parte è rad. 54. quale è comunicante con rad. 24. & però si possono sommare insieme, che 24. numero dell'vna, hà proportione con 54. numero dell'altra, come da numero quadrato a numero quadrato, cioe partendo 54. per 24 ò 24. per 54. ciascuno de' dui auenimenti $2\frac{1}{4}$. & $\frac{4}{9}$. è numero quadrato. Ouero moltiplicando insieme essi 24. & 54. il prodotto loro 1296. è numero quadrato. Et cosi si vede, che sempre che i dui numeri delle r.q.c. de' dui nomi, ò parti del Binomio dato produrranno numero quadrato, ò che partendo l'vno per l'altro ne venga numero quadrato, all'hora i dui cubi delle parti del Binomio si potranno sommare insieme; Onde hora rad. 24. & rad. 54. gionte insieme faranno r. 150. Dipoi il quadrato della prima parte, che è r.q.c. 576. moltiplicato via la seconda parte r.q.c. 54. & il prodotto triplato fa r.q.c. 22674816. Et il quadrato della seconda parte r.q.c. 2916. moltiplicato via la prima parte, fa r.q.c. 69984. & questo triplato (cioe moltiplicato via r.q.c. 729) fa r.q.c. 5108336.

(Et si può notare, che i numeri di queste due rad. quadre cube trouate, ritengono fra loro la pro-

rad.quadra cuba 576.
via rad.quadra cuba 54.
fa rad.quadra cuba 729.
via rad.quadra cuba 729.
fa rad.quadra cuba 22674816.

rad.quadra cuba 2916.
via rad.quadra cuba 24.
fa rad.quadra cuba 69984.
via rad.quadra cuba 729.
rad.quadra cuba 51018336.

proportione che hanno i numeri 24. & 54. delle due r. q. c. parti del Binomio che si adoprano (perche il num. 31104. nasce da 24. via 24. via 54. Et il numero 69984. nasce da 54. via 54. via 24. onde dal primo al secondo, è come dal prodotto de'tre primi al prodotto de'tre secondi, perilche cosi da i tre primi, come dalli tre secondi leuato vn 24. & vn 54. resta dalla prima banda solo 24. & dalla seconda solo 54. quali perciò mostrano che li dui prodotti, & perciò anco i tripli loro doueranno hauere la proportione d'essi restanti 24. & 54. che schisato douentano anco 4. & 9. cioe il maggiore cõtiene il minore volte $2\frac{1}{4}$. ourro conuersamente il minore è li $\frac{4}{9}$. del maggiore, però trouato l'vno, si può facilmente trouar l'altro, che se haueremo il minore 22674816. lo moltiplicaremo per $2\frac{1}{4}$. cioe per $\frac{9}{4}$. cioe presone l'$\frac{1}{4}$. che è 5668704. lo moltiplicaremo per 9. & ne resultarà 51018336. Et bẽ si vede anco per la medesma causa nel cubo del Binomio r.q c.piu r.q.c.2. già trouato di sopra che i num. 13122. & 8748. delle due r.q.c. che entrano nel quadrinomio C. (cubo d'esso Binomio) hanno fra loro la proportione di 3. a 2. num. delle due r.q.c. del Binomio cubato, onde trouato il minore 8748. giongendo ad esso 4374. sua mitá se ne formarà il maggiore 13122.) Et cosi queste tre quantitá trouate poste insieme, formaranno r.q.c.51018336. piu r.q.c.22674816. piu rad.150. che è il Trinomio C. cubo del Binomio A. dato.

Et se partiremo il dato Binomio A. r.q.c.24. piu r.q.c. 54 per la sua prima parte r.q.c. 24. egli si ridurrà ad 1. piu r.q.c. $2\frac{1}{4}$. cioe ad 1. piu rad. cuba $1\frac{1}{2}$. Binomio B. quale cubandolo produrrà 2. $\frac{1}{4}$. piu rad. cuba $40\frac{1}{2}$. piu rad. cuba $60\frac{3}{4}$. che è vn Trinomio D. da moltiplicare hora per r.q.24. cubo del partitore adoprato, & se ne produrrà rad.150. piu r.q.c. 22674816. p̃ r.q.c. 51018336. che il Trinomio C. cubo del Binomio A. dato.

Ma partendo il Binomio A. per l'altra sua parte rad. cuba 54. egli si ridurrà ad 1. pin r.q.c. $\frac{4}{9}$. cioe ad 1. p̃ r.c. $\frac{1}{9}$. Binomio B. quale cubato fa $1\frac{1}{3}$. piu r.c. 18. p̃ r.c. 12. Trinomio D. da moltiplicare hora per r. 54. cubo del partitore adoprato, & se ne produce r. 150 p̃ r.q.c. come di sopra.

Et cosi si vede, che dato vn Binomio A composto da due r.q.c. se i numeri d'esse hauendo fra loro proportione quadrata, cioe che il denominatore della loro proportione sia numero quadrato (che perciò egli si potrà ridurre a Binomio contenuto da num., & rad. cuba) all'hora il cubo d'esso Binomio sarà vn Trinomio C. contenuto da vna r.q. & da due r.q.c. i due numeri delle quali haueranno fra loro la proportione istessa quadrata, che hanno anco fra loro i due numeri delle due r.q.c. che sono le due parti del Binomio A. Et la r.q. del C. sarà q̃llo che nasce a sõmare insieme come r.q. le due parti dell'A. cioe il numero della r.q. del C. sarà quello che nasce a moltiplicare il numero della minor r.q.c. dell'A. in quello che resulta a quadrare il numero, che deriua a giongere 1. al numero, che è r.q del numero, che viene a partir il numero della maggior r.q.c. dell A. per il numero della minore sua r.q.c. Onde dato il Trinomio C. 150. piu r.q c 22674816. piu r.q.c. 51018336. da trouarne se egli è cubo la sua rad. cuba, che douerá essere vn Binomio composto da due r.q c. i numeri delle quali doueranno hauere proportione quadrata fra loro, & quella istessa che hanno i numeri delle due r.q.c. del Trinomio C. dato, qual proportione paragonando il maggiore al minore, hà per denominatore D. $2\frac{1}{4}$. numero quadrato, che hà per rad. quadra $2\frac{1}{2}$. al quale gionto sempre 1. fa $2\frac{1}{2}$. il quad. del quale è $6\frac{1}{4}$. con questo $6\frac{1}{4}$. si douerá partire 150. numero della r.q. del C. dato, & ne viene 24. che è numero della r.q.c. minore dell A. quale si moltiplichi per $2\frac{1}{4}$. denominatore D. detto, & fa 54. & questo douerá essere il numero della rad. q.c. maggiore dell'A. perilche egli sarà r.q.c. 54. piu r q.c. 24. cioe per trouare i dui numeri 54. & 24. delle due r.q.c. parti dell'A. conuien trouare due numeri tali, che partito il maggiore per il minore, ne venga il $2\frac{1}{4}$. num. quadrato è denominatore della proportione de i dui numeri delle r.q.c. del Trinomio C. & alla sua r.q. $1\frac{1}{2}$. gionto 1. & con il quad. $6\frac{1}{4}$. della somma moltiplicato il minore, il prodotto sia 150. numero della r.q. del Trinomio C. che per trouarli ponẽdo il minore essere 1. ✳, il maggiore sarà $2\frac{1}{4}$. ✳, che a partire il maggiore per il minore, ne viene il $2\frac{1}{4}$. dato, la r. del quale è $1\frac{1}{2}$. & giontoli 1. fa $2\frac{1}{2}$. che quadrato fa $6\frac{1}{4}$. con il quale moltiplicato il minore 1. ✳, fa $6\frac{1}{4}$. ✳, & questo deue essere 150. però è eguale a 150. onde partito esso 150. per $6\frac{1}{4}$. numero delle ✳, l'auenimẽto 24. è il valore della ✳, & però è il numero minore, posto 1. ✳, & il maggiore posto $2\frac{1}{4}$ ✳, sarà 60. dalla qual positione, ò operatione Algebratica se ne può dedurre la regola ò modo simpliee numerale sopradetto.

Ancora si vede nel cubare A. r.q.c. 3. piu r.q c. 2. Binomio poco di sopra cubato, che dato vn Binomio A. contenuto da due r.q.c. inumeri delle quali non habbino proportione quadrata fra loro,

loro che perciò esso BinomioA non si potrà ridurre a Binomio cõtenuto da num.& R cuba,ma si ridurrà bene a Binomio contenuto da numero,& r.q.c.all hora il cubo del Binomio A.dato, non potrà mai essere Trinomio,ma sarà vn quadrinomio cõtenuto da due rad.quadre ,& da due rad. quadre cube.

Ancora per acquistare maggior pratica dicendosi. Cubisi A.rad.3.piu r.q.c.12. Noi sapremo il cubo della prima parte essere rad.3. volte 3. Il della seconda è rad.12. cioe rad.3. volte 2. che con rad.3. volte 3. cubo della prima parte,fa rad.3.volte 5. & però la somma è rad.75. Onde si vede che essa somma si può trouare facilmente dicendo 3.numero della rad.quadra in 12.numero della r.q.c.entra 4.volte (che è numero quadrato) la radice del quale è 2.che si giũge a 3. numero della r q.& fa 5.numero da moltiplicare per la r.q.3.cioè r.25.via r.3. & fa r.75. che è la somma de'cubi delle due parti del Binomio.

(*Et notisi,che questo modo si può notare sempre , quando anco a partire il numero della radice quadra cuba,per il numero della radice quadra non ne veniſſe numero quadrato, se bene all'hora la somma de' cubi delle due parti del Binomio non saria vna sola quantità, ma saria vn B. nomio,come per essempio dato B.rad.3.piu radice quadra cuba 2.da cubare, potremo dire 3. numero della radice quadra ,in 2. numero della radice quadra cuba, entra volte ½. la radice quadra del quale è radice ¼.che si giunge a 3.numero della radice quadra, & fa 3. piu radice ¼.da moltiplicare per la radice quadra 3.& fa radice 27. pia radice 2. che è la somma de i cubi delle due parti del B. dato, ma non ci occorre vsare questo modo , quando il numero della radice quadra,nel numero della radice quadra cuba non entra per numero quadrato,poiche subito si conosce quanto è il Cubo di ciascuna delle due parti del B. & che essi dui cubi non si possono sommare insieme se non con il termine più.*)

Ancora il quadraro della parte minore r.q.c.12.è rad.cuba 12.il suo triplo è rad.cuba 324.che si moltiplica via rad.3.parte maggiore,cioe r.q c.104076.via r.q.c.27.& fa r.q.c.2834352. che è la r.q.c.minore del Trinomio C.che hà da essere il cubo dell A. Et perche il cubo di rad.3.parte maggiore dell'A.è rad.27. & il cubo della parte maggiore è rad. 12.& di questi dui numeri di rad.il 12.minore entra nel 27.maggiore volte 2 ¼.con questo 2 ¼.moltiplicando il 2834352.numero della minore r.q.c. trouata del C.fa 6377292. & questo è il numero della r.q.c. maggiore del C. onde esso Trinomio C. cubo del Binomio A. dato sarà rad.75. piu r.q.c.2834352.piu rad. q.c.6377292.

2834352
via 2 ¼.
708588
6377292

Essendo ancora dato A. p̃ r.q.c. 32. ò vogliamo dire r q.c.32.p̃ rad.2.da cubare , diremo 2.numero della rad.quadra, in 32.numero della r.q.c. entra per 16.numero quadrato la rad.del quale è 4.da giungere a 2. numero della r.q.& fa 6.che moltiplicaro per la r.quadra 2. fa rad quadra 72. che è la somma de i cubi delle due parti dell'A. Et poi il quad.della parte minore dell'A. è 2. il suo triplo è 6.da moltiplicare per la parte maggiore r.q.c.32 cioe r.q.c.46656.via r.q.c.32. & fa r.q.c. 1492992. che è la r.q.c. minore del Trinomio C. (cioe quella che deriua dal quadrato della parte minore dell'A.) Et per trouare il numero della r.q.c. maggiore, diremo il cubo di rad.2.parte minore dell'A.è rad.8.& il cubo di r.q.c.32.parte maggiore è rad.32. di questi il numero 8. della minore entra nel numero 32. della maggiore volte 4. Con questo 4.si moltiplichi il numero 1492992.trouato della minore r.q.c.del C.& fa 597198.che è il numero della r.q.c.maggiore; Onde il Trinomio C.cubo del Binomio A.dato sarà r.72 p̃ r.q.c. 1492992.piu r.q.c.5071968.

Et hauendo rad.3.piu r.q.c.3.Binomio A.da cubare ; Si vede che 3. numero della r q.c. entra volte 1.la rad.del quale 1.è 1.da giungere a 3.numero della r.q.c.& fa 4.da moltiplicare per essa rad.quadra 3.& fa rad.48.che è la somma de i cubi delle due parti dell'A. Ancora il quadrato di r.q.c.3.parte minore dell'A.rad.cuba 3.il suo triplo è r.cuba 81. da moltiplicare con rad.3. parte maggiore,cioe r.q.c. 6561.via r.q.c.27.& fa r.q c.177147.che è la r.q.c.minore del Trinomio C. Et per trouare l'altra maggiore diremo i cubi delle due parti dell'A. sono r.27. & r.3. il 3. num. della rad.minore in 27.numero della maggiore entra volte 9. però con questo 9. si moltiplichi il 177147. num.della r.q.c. minore del C. & fa 1594323.che è il numero della r.q.c. maggiore del Trinomio,però esso Trinomio cubo del Binomio A.dato,sarà rad.48. p̃ r.q.c. 177147. piu r.q.c. 1594323.

Et se ci fusse proposto il Binomio C.1320.piu rad.1125000. da pigliarne la rad. cuba;noi per adoprare numeri piccoli più comodi , potressimo partirlo per qualche numero comodo a beneplacito,& hora sia 10.che ne verrà 132.piu rad.11250. Et questo anco si può comodamente partire per 3.& che perciò il principal C.verrà ad essere partito per 30.& ne viene 44. piu rad.1230. Di questo hora , & chiamiamolo D. potremo pigliare la R cuba, che sia G. che perciò cauando

1250.

quadrato della minor parte da r936 quadrato della maggiore reſta 686. che la ſua rad. cuba è rad.cuba 686.quale deue eſſere la differenza de'quadrati delle due parti del Binomio G.che cerchiamo. Et perche il D importa circa a 79. il G. ſua r.cuba douerà importare circa a rad. cuba 79. & delle ſue due parti la prima eſſere rad.cuba di numero intiero (ò con rotto d'$\frac{1}{2}$.) il quadrato della quale ſuperi il quadrato della ſeconda parte, che ſaria ℔ q.c.in rad.cuba 686. Onde dal cauare il quadrato della ſeconda parte,qual quadrato ſarà rad. cuba dal quadrato della prima parte,che ſarà pure rad.cuba douendo reſtare rad.cuba 686.conuerrà che coſi il quadrato della prima parte come il quadrato della ſeconda ſia comunicante a detto reſtante rad. cuba 686. (& anco eſſi dui quadrati delle due parti douranno eſſere comunicanti fra loro) & perche le rad.cube comunicanti fra loro ſono tali, che hanno proportione fra loro come da numero cubo,a numero cubo,vediamo che la rad. cuba 686.differenza de'quadrati delle due parti deue hauere proportione a ciaſcuno d'eſſi dui quadrati, come da numero cubo, a numero cubo; queſto auertito ſe diremo la prima parte del Binomio G.eſſere poniamo rad.cuba 30.il ſuo quadrato ſarà rad.cuba 900,che paragonato a rad.cuba 686.non gli è comunicante,perche a partire rad.cuba 686.per rad. cuba 2.ne viene ℔ cuba 343.che è 7.numero rationale,per eſſere 343 numero cubo;ma a partire rad.cuba 900.per la iſteſſa ℔ c. 2.ne viene ℔ c.450. che non ſi può deſcriuere per numero rationale, non eſſendo 450.numero cubo, vediamo dunque che il quadrato della prima parte del G.deue eſſere tale, che partito il numero della ſua ℔ c. per 2. l'auenimento ſia numero cubo (come auuiene ſimilmente a partire il 686.numero della ℔ c.686.per 2.numero della ℔ c. partitore;) Onde potremo porre che la prima parte ſia ℔ c.28.ò ℔ c.32. ò ℔ c.34 ò ℔ c.36. ò ſimili quantità,che preſo ℔ c 28.il quadrato di 28.è 784.la mità 392.del quale non è numero cubo,& il quadrato di 36.è 1296. la mità 684. del quale non è numero cubo,ancora il quad di 34. è 1156.la mità 578.del quale non è numero cubo (non occorre tentare ℔ c. 26.ò altre minori perche i loro quadrati ſono minori di r.c.686 che deue eſſere la differenza detta de' dui quadrati.) Ma di 32.il quad.è 1024.la mità del quale 512.è num.cubo, perilche preſo per prima parte ℔ c. 32.il ſuo quad.℔ c.1024.è comunicante a ℔ c.686 cauando dunque queſta ℔ c.686.da r.c. 1024. vedremo ſe poi il reſtante poſſa eſſere il quad. della ſeconda parte: Onde perche ℔ c.2 .in ℔ c. 1024.entra per ℔ c.512.che è 8. Et la iſteſſa ℔ c.2.in ℔ c.686.entra per r.c.343. che è 7.vediamo che la medeſma ℔ c.2.entrarà nella differẽza loro tante volte,quanto è la differenza de' numeri 7.& 8 cioe 1.vulta,però 1.volta ℔ c.2.che produce la iſteſſa ℔ c.2.ſarà la differenza di r.c. 1024. a ℔ c.686 & però anco ℔ c.686. ſarà la differenza che è da ℔ c.2. trouata a ℔ c.1024. cioe a cauare ℔ c.686.da ℔ c.1024.reſtarà ℔ c.2 perche dunque queſti dui quadrati ℔ c.1024.& r.c. 2.ſono differenti fra loro nella ℔ c. 686. che ci biſogna, vedremo mò ſe le loro rad.quadre, che ſono ℔ c.32.& ℔ q c.2.poſſino eſſere le parti cercate del Binomio G.(che quanto alla grandezza loro ℔ c.32.è poco piu di 3.Et ℔ q. c. è poco piu d'1.& però la ſomma loro è poco piu di 4. come ſi vede douere importare il Binomio G.che ſappiamo douere importare circa a r.c.79. che è pure poco piu di 4.) onde giongeremo il triplo del dutto del quad.della ſeconda parte nella prima, cioe 12.con 32.cubo della prima,& fa 44.che è a punto la prima parte del 44. p̃ ℔ 1250. Binomio D. come biſogna. Et anco l'altra parte trouandola al ſolito vedremo eſſere la r.1250.come ſi ricerca,& coſi concluderemo il Binomio D.eſſere cubo,& la ſua r.cuba eſſere il G.r.c.32. p̃ r.q.c.2.

Queſto G mò moltiplicaremo per la ℔ c.del 30.con che fù partito il C. quando ſi riduſſe al D. & fa r.c.960 p̃ ℔ q.c. 1800.quale ſarà la r.c.del dato C.1320 p̃r.112500.

Noti mò lo Studente tutti queſti diſcorſi, & modi, ne i quali mi ſono molto diffuſo, acciò egli poſſa hauere eſatta diligenza d'ogni coſa, & farſi eſperto, & pratico nell'operare facile, & breue.

Cubiſi Binomio A. r c.3. p̃ ℔ q.c.2. Il cubo della prima parte è 3. Il quadrato della ſeconda parte è r.c.2.che moltiplicato per la prima r.c.3. fa r.c.6 N. qual prodotto N. perche non è comunicante con 3. cubo della prima parte,ne manco il triplo d'eſſo N. cioe r. c. 162. ſarà comunicante con eſſo 3. & però non ſi potrà ſommare con eſſo ſe non con il ſegno piu, formando 3. piu r.c. 162. Onde il cubo del dato Binomio A. non ſarà altrimenti vn'altro Binomio. Et ſeguendo ſi dirà il cubo della ſeconda parte ℔.q.c.2. è r.q.2. Et finalmente il quadrato della prima parte,cioe r c.9.moltiplicato con la ſeconda r.q.c.2.cioe rad.q c.81.via rad.quadra 2.fa rad. q.c.162. & queſto triplato, cioe moltiplicato via rad.quadra cuba 729. fa rad.q c. 118098. che gionta a gl'altri tre prodotti trouati ſe ne forma 3.piu rad cuba 162.piu rad.quadra 2.piu r.q.c. 118098. ò mettendogli per ordine riſpetto al valore di eſſe quattro parti diremo, che ſia r q.c. 118098.piu rad.cuba 162.piu 3 piu rad quadra 2.& queſto Quadrinomio Q.ſarà il Cubo del dato Binomio A. Nel quale Quadrinomio compoſti di r.q.c. rad.cuba numero, & rad.quadra douendo eſſere cubo d'vn Binomio compoſto di rad.cuba, & rad.quadra c.ſi vede, che le dũe pãrti

di tal Binomio douerannno eſſere le rad. cube del numero, & della rad.quadra del quadrinomio, cioe la rad.cuba del 3.che è rad.cuba 3. Et la rad. cuba del rad.quadra 2.che è rad.cuba quadra 2.& coſi ſi formarà ſubito il Binomio rad.cuba 3.più r.q.c.2.quale acciò ſia veramente rad. cuba del quadrinomio,cioe acciò che il quadrinomio ſia veramẽte cubo,conuerrà che l'altre due parti del quadrinomio ſi formino dal triplo del dutto della r.c.3. nel quad. di r.q.c. 2. Et dal triplo del dutto della r. q.c. 2.nel quadrato della r.c.3.

Se partiremo il Binomio A.rad.cuba 3.piu r.q.c.2.per rad.cuba 3.ne verrà 1. piu r.q.c. $\frac{1}{9}$. B. il cubo del quale ſarà quello R. che deriua a partire il quadrinomio Q. cubo del Binomio A.per 3. che è il cubo di rad.cuba 3.con il quale ſi è partito l'A. per deriuarne il B.onde partendo il Q.per 3.l'auenimento r.q.c. 16.piu rad.cuba 6.piu 1.piu rad.quadra $\frac{1}{9}$. ſarà R.cubo di B.

13. rad.quadra 125. rad.cuba 169. via rad.quadra 5.
cioe 1 rad.quadra cuba 28561
via rad.quadra cuba. 125.
rad quadra cuba 3570125
Si tripli,cioe via rad.quadra cuba 729
rad.quadra cuba 2602621125

rad. quadra 25. cioe 5. via rad. cuba 13. fa rad. cuba 1625.
ſi tripla,& fa r.c.42875.
Il Cubo è r.cuba 43875. p̃ r.q.c.2602621125. p̃ 13. piu r.q.125.

Ancora Cubiſi rad.cuba 13.piu r.q.5. Binomio A.contenuto da vna rad.cuba,& da vna r.q. Quì li vede,che quãdo il Binomio A.è contenuto da vna r. q. & da vna rad. cuba,all'hora il Cubo d'eſſo Binomio è vn quadrinomio C. contenuto da numero radice quadra,rad.cuba,& r.q.c.del quale quadrinomio (quando egli ſarà cubo) ſi troua la ſua rad.cuba facilmente,perche ella è vn Binomio i dui nomi del quale ſono la rad. cuba delli dui nomi del quadrinomio, che ſono il numero, & la rad.quadra;perilche hora del 13. & del r.q.125. preſe le rad.cube,che ſono r.c.13.& r.q.5.& accompagnate inſieme il compoſto rad. cuba 13. piu radice quadra 5. è il Binomio A. che è rad.cuba del quadrinomio dato.

Trouiſi la rad.cuba di 945.piu rad 504008.A.& ſia C. Il quadrato di 945.è 893025.dal quale cauato 504008.quadrato della minor parte reſta 389017. la rad. cuba del quale è 73. numero rationale,però il C.che ſi cerca ſarà anch'egli Binomio contenuto ſimilmente da numero,& r.q. come è l'A. i quadrati delle quali ſue due parti ſaranno differenti in 73. Et la ſomma d'eſſe due parti, cioè il valore del Binomio C. douerà egli eſſere la rad. cuba in circa di 1655.in circa,cioe maneo di 12. (che il valore di A.è circa a 710.& 945.cioe circa a 1655.) perche ſi deue diuidere alquanto manco di 12.propoſto in due parti tali, che i loro quadrati ſiano differenti in 73.dato (che pereiò ſappiamo il quadrato della parte maggiore douere eſſere piu di detto 73. & però ella piu di 8 $\frac{1}{2}$.) & perciò mediante la regola data nel fine di carte ſi partirà 73. propoſto per quaſi 24. doppio di quaſi 12. propoſto, & ne viene piu di 3. da giongere, & cauare a quaſi 6. mità del quaſi 12. propoſto, & ne reſtano circa a 9. & 3. che ſaranno le due parti del quaſi 12.

Et perche la prima parte deue eſſere numero rationale,& intiero,ò con rotto d' $\frac{1}{2}$. ella ſarà, ò il 9.ò 9 $\frac{1}{2}$. (che 8 $\frac{1}{2}$. non può eſſere, perche il ſuo quadrato non arriua a 73. non che lo ſuperi in modo che il reſtante poſſa ſeruire per quadrato della parte minore) quanto al 9 $\frac{1}{2}$. che hà per quadrato 90 $\frac{1}{4}$. & però ſupera il 73. dato in 17 $\frac{3}{4}$. che ſaria il quadrato della parte minore, & però ella ſaria rad. 17 $\frac{3}{4}$. cioe piu di 4. giongendola al 9 $\frac{1}{2}$. faria piu di 13 $\frac{1}{2}$. che ſupera il valore del C.quale non arriua a 12. però eſſendo l'A. Binomio cubo conuerrà che la parte maggiore del C. ſia il 9.& perche dal ſuo quadrato 81.cauato il 73. (differenza de'quadrati) reſta 8.cõuerrà che il quadrato della parte minore ſia 8. & però che ella ſia rad.8. Et coſi Binomio C.r.cuba dell'A. (quando A.ſia cubo) douerà eſſere 9. p̃ r.8.che bene vale alquanto maneo di 12. come deue. Et cubandolo ci chiariremo intieramente,che produce l'A.945. p̃ r.504008.

Sia aneo da cubare rad.8.piu rad.6.Binomio A.contenuto da due rad.quadre. Il cubo della prima parte è rad.512. cioe il prodotto del quadrato di rad.8. che è 8. via eſſa rad 8. Il quadrato della ſeconda parte rad.6.è 6.& il ſuo triplo è 18 che moltiplicato via la rad.8.prima parte (cioe rad.324.via rad.8.) fa rad.2592.Queſto ſi potrà ſempre ſommare con il cubo della prima parte hora rad.512.perche eſſa rad.512.è 8.volte la rad.8.prima parte,& la rad.2592.è 3.volte 6.cioe 18.volte eſſa rad.8 che il numero 8.è ſempre il numero della rad.della prima parte,& il numero 18.è ſempre il triplo del numero 6.della rad.della ſeconda parte,onde la ſomma di rad. 512.cõ rad.2592.ſarà 8.& 18 cioe 26.volte la rad 8.prima parte,& però ſarà il dutto di rad.676. via rad.8.che fa rad.5408.perilche vediamo,che in queſti Binomij contenuti da due rad. quadre facil-

facilmente ſi troua eſſa ſomma del cubo della prima parte, con il dutto d'eſſa prima parte nel triplo del quadrato della ſeconda, giongendo il numero della prima parte, con il triplo del numero della ſeconda, & la ſomma che è numero rationale, moltiplicare con eſſa prima parte al ſolito (cioe eſſo numero rationale ridurre a forma di radice, per moltiplicarlo con la prima parte, che è anch'ella rad.) che il prodotto ſarà la prima parte di C. cubo del Binomio A dato. qual C. ſarà anch'egli vn Binomio contenuto da due rad. quadre come è l'A. l'altra parte di quello C. ſi trouarà pure facilmente per la medeſma cauſa nel modo che s'è trouata la prima parte, cioe giongeremo il numero 6. della ſeconda parte d'A. con il triplo di 8. numero della prima parte, cioe cõ 24. che fa 30. & queſto moltiplicaremo per la ſeconda parte rad. 6. (cioè radice 900. via rad. 6.) che fa rad. 5400. quale è la ſeconda parte del Binomio C. però egli ſarà rad. 5408. piu rad. 5400.

Et ſe conuerſamente dato il Binomio C. rad. 5408. piu rad. 5400. ſe ne voleſſe trouare la ſua rad. cuba (eſſendo egli cubo) noi cauando 5400. quadrato della parte minore da 5408. quadrato della parte maggiore reſta 8. la rad. cuba del quale è 2. queſto 2. per eſſere numero rationale, cioe ſenza denominatione di alcuna radice, ci fà conoſcere, che eſſendo il dato Binomio C. cubo, ancora ſarà la ſua rad. cuba vn Binomio ſimile a lui, cioe contenuto da due rad. quadre come è eſſo C. & tali, che i loro quadrati ſaranno differenti in 8. Hora conſiderando, che queſto Binomio C. è, ò vogliamo dire importa circa a 147. vediamo che il Binomio A. ſua rad. cuba importarà circa a r. cuba 147. cioe $5\frac{1}{4}$ & alquanto più, onde le due parti del Binomio A. gionte inſieme doueranno valere alquanto più di $5\frac{1}{4}$. & i quadrati loro eſſere differenti in 2. diuideremo dunque $5\frac{1}{4}$. & alquanto più in due parti tali, che i loro quadrati ſiano differenti in 2. & per farlo mediante la Aegola data noi con il doppio di $5\frac{1}{4}$. & alquanto più che è $10\frac{1}{2}$. & alquanto più, partiremo il 2. ouero (che reſulta l'iſteſſo) cõ il ſolo $5\frac{1}{4}$. & alquanto più partiremo la mità di 2. cioe 1. & ne viene $\frac{1}{2}\frac{1}{4}$. & alquãto mãco, che gionto, & cauato a $2\frac{1}{8}$. & alquãto più mità del $5\frac{1}{4}$. ne reſultano circa a $2\frac{1}{4}\frac{3}{16}\frac{6}{8}$. & $2\frac{1}{4}\frac{3}{16}\frac{3}{8}$. che ridotti a forma di r. (come deuono eſſere le parti del Binomio A. a ſimilitudine delle parti del C.) ſono circa a rad. 8. & rad. 6. Queſte importano circa a $5\frac{1}{4}$. come ci biſogna, & i loro quadrati ſono differenti in 2. come conuiene, però eſſaminandole, cioe con eſſe formando il Binomio rad. 8. piu rad. 6. & cubandolo; perche vediamo, che fa a punto rad. 5408. piu rad. 5400. che è il C. dato, diremo che il C. è cubo, & la ſua rad. cuba eſſere rad. 8. piu rad. 6.

Partendo il Binomio C. rad. 5408. piu rad. 5400. per rad. 8. ne viene D. rad. 676. piu rad. 675. cioe 26. piu rad. 675. Et per la R. cuba d'eſſa rad. 8. partitore, cioe per rad. 2. partendo il Binomio A. rad. 8. piu rad. 6. (rad. cuba del C.) l'auenimento B. rad. 4. p̃ rad. 3. cioe 2. p̃ r. 3. ſarà la rad. cuba del D.

Et ſe parteſſimo il Binomio A. rad. 8. piu rad. 6. per 2. l'auenimento F. rad. 2. p̃ r. $1\frac{1}{2}$. ſarà la r. cuba del Binomio G. che naſce a partire il C. per il cubo del 2. partitore dell'A. onde il G. faria rad. $84\frac{1}{2}$. p̃ rad. $84\frac{3}{8}$.

Hora vogliamo moſtrare all'amoreuole, & giudicioſo Studente, come ſi poſſa concludere dimoſtratiuamente, che quando alcun Binomio C. è cubo, all'hora di neceſſità la differenza de' quadrati delle due ſue parti è il cubo della differenza de' quadrati delle due parti dell'A. che è la rad. cuba di eſſo C. però notiſi il ſeguente diſcorſo.

Cubiſi 16. diuiſo in 11. & 5. cioe in forma di Binomio coſi, 11. p̃ 5.

11 piu 5
ſono differenti in 6

Cubo dell'11.	1331	125. cubo del 5.
dutto dell'11. nel triplo del quadrato di 5.	825	1815. dutto di 5. nel triplo del quadrato di 11.
	2156	1940.

la differenza è 216.

Il 825. ſi forma da 5. via 5. via 3. via 11. Cioe da 5. via 3. via 11. che è 165. via 5.
Il 1815. ſi forma da 11. via 11. via 3. via 5. Cioe da 5. via 3. via 11. che è 165. via 11.

Trouiſi la differenza de' Cubi di 11. & 5.

11. & 5. la differenza n è 6.

il triplo di 5. minore è 3. via 5. 11. via 6. via 3. via 5. fa 990. il cubo di n 6. è 216. la differenza de' cubi è 1206. cioe il cubo di n differenza delle due parti, & 990. di piu, & ſia X.

Ma

Ma perche 5. & 11. ſono differenti in 6. n ne ſegue, che la differenza del 1845. a 825. ſia quanto 165. via 6. che fa 990. Z. Ma il 165. già ſi è detto eſſere il dutto di 11. via 5. via 3. però il 990. Z. è il dutto di 11. via 5. via 3. via 6. cioe queſto dutto è la differenza de' dui numeri 825. & 1815.

Ancora il 990. X. che ſi trouò di ſopra nel cercare la differenza de' cubi d'11. & 5. ſi forma dalli iſteſſi quattro numeri moltiplicati inſieme, cioe è il dutto di 11. via 5. via 3. via 6. perilche ſempre quel 999. X. è eguale a queſto 990. Z.

Ma la differenza 1206. de' cubi di 11. & 5. ſupera il ſuo 990. X. in 216. cubo del 6. differenza di 11. & 5. però ſuperarà ancora l'altro 990. Z. differenza dell 825. al 1815. nel medeſmo 216. Hora conſideraremo che il 1256. ſi compone da 1331. cubo di 11. & da 825. Et il 1940. ſi compone da 125. cubo di 5. & da 1815. ma il 1331. è maggiore del 125. in 990. & nel 216. cubo di 6. n. (differenza d'11. & 5.) onde ſi può dire che 1331. ſi compone da 990. 125. & 216. Et però il 2156. da 990. 125. 216. & 825. Et quanto al 1940. egli ſi compone da 1815. che è quanto 990. & 825. Et anco da 125. onde ſi può dire che eſſo 1940. ſi compona da 990. 825. & 125. ma dalli iſteſſi tre componenti, & da 216. di più, ſi compone il 2156. però il 2156. ſupera il 1940. nel 216. che è il cubo di 6. differenza di 11. a 5. Onde ſi conoſce, che cubando vn Binomio A. & naſcendone il Binomio C. all'hora la differenza delle due parti del C. ſarà il cubo della differenza delle due parti dell'A.

Ancora dato vn Binomio A. 11. piu 5. il cubo del quale ſia il Binomio C. 2156. piu 1940. auuerrà ſempre, che i quadrati delle due parti del C. ſaranno differenti fra loro in vn numero, che ſarà il cubo della differenza de' quadrati delle due parti del Binomio A. onde hora che i quadrati d'11. & 5. cioe 121. & 25. ſono differenti in 96. (che è quanto il prodotto della ſomma di 11. & 5. (cioe di 16.) via 6. differenza de' medeſimi 11. & 5.) il cubo di queſto 96. (cioe hora 884736.) verrà ad eſſere la differenza de' quadrati 2156. & 1940. che ſi troua facilmente moltiplicando la ſomma d'eſſi 2156. & 1940. cioe 4096. (che è il valore del Binomio G.) via 216. differenza loro, & fa 883476.

11. piu 5.
121. 25.
differenza 96.

Ma 156. 1940. N.
4648336. 3763600.
differenza 884736.
che è il cubo di 96.

Cubiſi 96.
9216.
119592.
fa 884736.

La cauſa è, che eſſendo il 96. differenza de' quad. d'11. & 5.) il dutto di 16. (ſomma di 11. & 5.) via 6. (differenza loro.) Et eſſendo l'883476. differẽza de' quadrati di M. & N. il dutto di 4096. (ſomma di M. 2156. & N. 1940.) via 216. (differenza loro) perche il 4096. valore del compoſto di M. & N. è dalla conſtruttione il cubo di 16. valore del compoſto d'11. & 5. Et il 216. differẽza di M. & N. è (come ſi è moſtrato) il cubo di 6. differẽza d'11. & 5. vediamo che a moltiplicare 6. via 16. che producono 96. ſi vegono a moltiplicare lra loro le due 1/2 cube di 4096. & di 216. che produeono l'884736. ma quando i Cubi di dui numeri 16. & 6. ſi moltiplicano inſieme il prodotto è anco il cubo del prodotto d'eſſi dui numeri 16 & 6. cioe è il cubo del 96. (come ſi dimoſtra in vniuerſale nella propoſitione ſeguẽte) perilche è chiaro, che l'884736. prodotto de' cubi di 16. & 6. è il cubo di 96. ma eſſo 884736. è la differenza de' quadrati di M. & N. & il 96. è la differenza de' quadrati di 11. & 5. però è ſimilmente chiaro, che d'vn Binomio C. che ſia il cubo d'vn dato Binomio A. la differenza de' quadrati delle due parti del C. è il cubo della differenza de' quadrati delle due parti dell'A.

Propoſitione.

SE ſiano date quante quantità ſi voglino da vna banda, & i loro quadrati, ò i loro cubi, ò i quadri quadrati, ò Relati, ò Quadri cubi, &c. dall'altra; Ancora i prodotti delli Quadrati, ò delli Cubi, &c. detti ſaranno ſimilmente il Quadrato, ò il cubo, &c. del prodotto delle prime quantità date. Siano dati per lati quante quantità ſi voglino poniamo 3. 7. 5. 11. & i ſuoi quadrati ſiano 9. 49. 25. 121. Et i cubi 27. 343. 135. 1331. ſi dice che il dutto del primo quadrato nel ſecondo quad. ſarà il quad. del dutto del primo lato nel ſecondo lato; Et il dutto del primo cubo nel ſecondo cubo ſarà il cubo del dutto detto del primo lato nel ſecondo lato. Et ſimilmente il dutto de i tre primi quadrati fra loro ſarà il quadrato del dutto de i tre primi lati fra loro; Et il dutto de i tre primi cubi fra loro, ſarà il cubo del dutto de' tre primi lati fra loro; Ancora il dutto delli quattro quadrati fra loro, ſarà il quadrato del dutto de i quattro lati ad eſſi corriſpondenti fra loro: Et il dutto de' 4. cubi fra loro, ſarà il cubo del dutto de' 4. lati ad eſſi corriſpondẽti

fra

fra loro; Et cosi seguendo in infinito. Ilche tutto si dimostrarà come segue. Presi i dui primi lati 3.& 7.il loro dutto è 21.cioe 3.via 7. I quadrati d'essi 3.& 7.sono 9 & 49.& il loro dutto è 441. ma perche 9. si produce da 3. via 3. & 49. si produce da 7.via 7 si può dire,che 9 via 49. cioe che 441. si produce da 3. via 3. via 7.via 7. ma vn 3.via 7.produce 21.& l'altro 3.via 7.produce pure 21.onde 21.via 21.è quanto 3 via 3.via 7 via 7. Ma ancora 9.via 49.è quanto 3.via 3.via 7. via 7. però 9. via 49. è quanto 21.via 21. Questo 21.via 21. è il quadrato del dutto di 3. via 7.però anco 9.via 49.cioe il dutto de i dui primi quadrati, qual dutto è 441 sarà il quadrato del dutto de i dui primi lati 3. & 7. fra loro; Et seguendo alli Cubi di detti primi lati, quali cubi sono 27.& 343.& moltiplicati essi Cubi fra loro producono 9261.si dice questo 9261. essere il cubo di 21.prodotto di detti primi lati 3.& 7.perche il cubo 27. è il dutto di 3.via 9.& il 9. è il dutto di 3.via 3.onde il 27.viene ad essere il dutto di 3.via 3.via 3.Et per la medesma causa il 343. è il dutto di 7.via 7.via 7.Onde tãto importa il dutto di 27.via 343.quanto il dutto di 9.via 3.via 3.via 7.via 7.via 7.ò vogliamo dire di 3.via 7.via 3 via 7.via 3.via 7 mavn dutto di 3.via 7 è 21. però li 6.dutti detti si può dire essere quãto 3.dutti di tre 21.cioe quãto 21.via 21.via 21.ma tre dutti di 21.fra loro producono il cubo di 21.onde tanto è il dutto di 27. via 343. quanto il Cubo di 21. Ma 21.è il dutto de'lati 3 & 7. però il dutto di 27. cubo di 3.in 343. cubo di 7. è quanto il Cubo del prodotto da essi lati 3.& 7.

Nel medesmo modo si potrà procedere a mostrare,che il numero,ò quantità prodotta dalla moltiplicatione fra loro de'quadri quadrati del 3.& 7.è il quadro quadrato di 21.prodotti delli istessi lati 3.& 7. cioe che esso prodotto di quadri quadrati detti è quanto il dutto di quattro 21. fra loro,cioe quãto 21.via 21.via 21.via 21.Et cosi il dutto de'primi relati di 3.& 7.sarà il primo lato di 21.dutto d'essi 3.& 7. Et il medesmo similmente auuerrà ne i quadri cubi,ne i secondi relati ne i quadri,quadri quadrati. Ne i Cubi cubi; Et nelle simili seguenti dignità delle quantità in infinito.

3	21	9	441	27	9261
7		49		343	
5					
11					

Questo veduto, facilmente si mostrarà, che anco il prodotto de i tre primi quadrati,ò de i tre primi cubi, fra loro è il quadrato, ò il Cubo de i tre primi lati fra loro, che essendo essi tre primi lati 3. 7. 5.& il dutto de'dui 3. & 7. essendo 21.intenderemo questo 21. come vn solo lato,& il 5.come vn'altro lato,& adopraremo questi dui 21. & 5.in vece delli tre 3. 7.& 5.che tanto è il prodotto de'dui 21.& 5.quanto è il prodotto delli tre 3.7.& 5. qual prodotto è 105. Et de i dui lati 21.& 5.siano i quadrati 441.& 25. che produeono 11025. Et de i medesimi dui lati siano i Cubi 9261.& 125.che producono 1157625. onde per quello che di sopra si è mostrato concluderemo che il prodotto de'dui quadrati 441.& 25. è il quadrato del prodotto de i dui lati 21.& 5. Et il prodotto de i dui cubi 9271.& 125.è il cubo del prodotto istesso de i dui lati 21.& 5.ma il prodotto de i dui lati 21. & 5. è quanto il prodotto de i tre primi dati 3.7.& 5. Et il prodotto de i dui quadrati 441.25.è quãto il prodotto de i tre quadrati 9. 49. 25. Et anco il prodotto de i dui Cubi 9261.& 125.è quanto il prodotto de i tre Cubi 27. 343. 125. però il prodotto de i tre primi quadrati, è il quadrato del prodotto de i tre primi lati, & il prodotto de i tre primi cubi, viene ad essere il cubo dell'istesso prodotto de i suoi tre primi lati.

21	105	441	11025	9261	1157625
5		25		125	

Hora presi questi 105. 11024.& 1157625. in vece d'vn sol lato; Et del suo quadrato, & del suo Cubo,ad esso lato accompagnaremo il seguente lato de i dati,& sia 11.& cosi formato il suo quad.& il suo cubo,& i prodotti de'dui lati,de i dui quadrati,& de dui Cubi,concluderemo pure nel medesmo modo,che il prodotto di questi dui quadrati, è il quad.del prodotto di questi dui lati, & il prodotto di questi dui Cubi, è il cubo del prodotto istesso di questi dui lati, & però che del prodotto de i quattro lati dati,il quadrato è il prodotto de i quattro quadrati, & il cubo è il prodotto de i loro quattro cubi. Et cosi con tal modo procedendo si concluderia il medesmo,essendo i lati dati,& 5.& 6.& 7.& quanti si voglino in infinito; Et non solo ne i quadrati,& ne i Cubi de i lati,ma nelli quadri quadrati loro,nelli Relati,& ne gl'altri.

Cubisi questo Residuo A.r.c.$1\frac{1}{2}$.m̃ r.q.c.$1\frac{1}{2}$.

Il cubo della prima parte è $1\frac{1}{4}$. Il cubo della seconda parte è m̃ r.q. $1\frac{1}{2}$. Il quadrato della prima parte è r.c.$2\frac{1}{4}$.da moltiplicare via m̃ r q.c.$1\frac{1}{4}$. seconda, cioe r.q.c.$\frac{8}{1}\ \frac{1}{16}$. via m̃ r.q. c.$\frac{4}{3}$. che fa m̃ r.q.c.$\frac{3}{4}\ \frac{7}{4}$. & questo si tripla, cioe si moltiplica via r.q.c. 729. & fa m̃ r.q.c.$\frac{1}{1}\ \frac{9}{6}\ \frac{6}{8}\ \frac{8}{3}\ \frac{3}{4}$. cioe m̃ r.q c.$1920\frac{3}{4}$.che è l'altro particolare prodotto.

Ancora il quadrato della seconda parte 4. m̃ 1.q.c.$1\frac{1}{4}$. è r.c.$1\frac{1}{4}$.da moltiplicare via la prima

r.c. $1\frac{1}{2}$. & fa r.c. 2. quale ſi triplà, & fà r.c. 54. che è l'vltimo particolare prodotto. Et perciò il prodotto totale, che è il cubo del Reſiduo A. ſarà r.c. 54. $\tilde{p}$ $1\frac{1}{2}$. $\tilde{m}$ & q. $1\frac{1}{2}$. $\tilde{m}$ r.q.c. $4920\frac{3}{4}$. che è vn Quadrinomio C. compoſto di $\tilde{p}$ & $\tilde{m}$, & di numero r.q.r.c. & r.q.c. In queſto Quadrinomio cubo C. compoſto di $\tilde{p}$, & $\tilde{m}$, ſi vede il numero $1\frac{1}{2}$. eſſere il numero della & c. del Reſiduo A. che è r. cuba d'eſſo Quadrinomio: Et che del $\tilde{m}$ r.q. $1\frac{1}{2}$. il numero $1\frac{1}{2}$. è il numero della $\tilde{m}$ r.q c. del medeſmo Reſiduo A. Et che perciò delli $1\frac{1}{2}$. & $\tilde{m}$ r.q. $1\frac{1}{2}$. preſo ſeparatamente la r.c. che ſarà r.c. $1\frac{1}{2}$. & $\tilde{m}$ r.q.c. $1\frac{1}{2}$. eſſe ſarãno le due parti che formano il Reſiduo A. che è r.c. del Quadrinomio; Et queſto auuiene perche eſſe due parti ſono quelle, che ſi cubano nel ſommare il Reſiduo A. & formano due parti del Quadrinomio; Et per chiarirci poi ſe il Quadrinomio dato ſia cubo, cõuien vedere ſe il triplo del quad. della r.c. $1\frac{1}{2}$. moltiplicato via la $\tilde{m}$ r.q.c. $1\frac{1}{2}$. formi la $\tilde{m}$ r. q.c. 4920. Et anco ſe il triplo del quad. della $\tilde{m}$ r.q.c. $1\frac{1}{2}$. moltiplicato via la r.c. $1\frac{1}{2}$. formi la r.c. 54. Et ſi può auuertire, che il r.c 54. deue naſcere dal triplo del quad. della $\tilde{m}$ r.q.c. $1\frac{1}{2}$. pche il quad. d'eſſa meno r.q.c. è ſempre $\tilde{p}$, & è r.c. che moltiplicato via l'altra r.c. cioe via r c. $1\frac{1}{2}$. produce pure r.c. Et auuertire ſimilmente, che il meno r.q.c. $4920\frac{3}{4}$. appartiene, ò deue naſcere dal triplo del quad. della r.c. $1\frac{1}{2}$. che ſi riduce poi a r.q.c. per moltiplicarlo via meno r.q.c. $1\frac{1}{2}$. qual moltiplicante perche è meno deue produrre meno, & è ſimilmente r.q.c. Et coſi facilmente ſi può conoſcere ſe tali Quadrinomij ſono cubi, ò nò, & eſſendo cubi, quale ſia la ſua r.cuba.

Moltipliehiſi r.c. 12. via r.q.c. 12. Cioe r.q.c. 144. via r.q c. 12. fa r.q.c. 1728. che ſi riduce a r.q. 12. Di qui ſi può auuertire, che moltipllcando vna r.c. via vna r.q.c. del medeſmo numero, il prodotto è ſempre r.q. dell'iſteſſo numero. Cioe a moltiplicare poniamo r.c. 19 via r q.c. 19. fa r.q. 19. perche r.c. 19. ridotta a r.q c. è r.q.c. (19. via 19.) & queſto moltiplicato via r.q.c. 19. fa r q.c. (19 via 19 via 19.) onde il numero del prodotto ſarà cubo, & la ſua r.c. ſarà il 19. perilche d'eſſo prodotto, che ſarà r.q.c ſi potrà pigliare la r.c. che quanto al numero ſarà 19. & però queſto 19 ſarà ſolo r.q.

r.q.c. 19. via r.c. 19. cioe via r.q c. 361.
fa r.q.c 6859. cioe r.q. 19.

Ma moltiplicando r.q. 19. via r.q.c. 19. il prodotto è 19. via 19. denominato da r.cuba, cioe r c. 961. perche qui nel ridurne la r.q. 19. a r.q.c. ſi moltiplica 19. via 19. via 19. & il prodotto (che è r. q.c.) ſi moltiplica per 19. num. della r.q.c. & però il prodotto delli quattro 19. (che è r.q c) ſarà num. quad. onde profane la r.q. che ſarà il dutto di dui 19. il num. dell'auenimento ſarà ſolo r.c.

Notino gli Studenti, che ſe beue alle volte nelle operationi ſi potria dare vna Regola breue, derivandola da breue diſcorſo, noi ne facciamo diuerſe, & alcune lunghe; deducendone Regole diuerſe, & e. acciò eſſi ſi faccino eſperti, & in molti modi ſappiamo diſcorrere, & operare.

Ma laſſando il trattare di queſte quantità cube, & loro radici (che ſi potria procedere in infinito) paſſiamo ad altre ſpeculationi,

Data la ſomma de i quadrati di due quantità, & la proportione del prodotto d'eſſe due quantità al quadrato della differenza delle medeſme due quantità, ritrouare eſſe due quantità.

SIa B. ſomma de i quadrati delle due quantità 20. Et la proportione del prodotto d'eſſe due quantità al quadrato della differenza loro ſia come da R. ad S. Si domanda eſſe due quãtita.

Poniamo A. eſſere il prodotto delle due quantita, Adunque il quad. della differenza d'eſse ſara

Il dutto di S. in A. partito per R.

(perche eſſendo da A. prodotto delle due quantità, al quadrato della differenza loro come da R. ad S. cioe eſſendo A. prodotto delle due quantita. Et il quadrato della differenza loro; Et R. & S. dal ſuppoſito, quattro quantità proportionali ne ſegue, che il dutto della prima A. nella quarta S. ſia eguale al dutto della ſeconda, quadrato della differenza delle due quantità nella terza R. onde partendo il dutto della prima nella quarta, cioe di A. in S. ò vogliamo dire, che reſulta l'iſteſſo di S. in A. per la terza R. l'auenimento ſarà la ſeconda, cioe il quadrato della differenza delle due quantità) al quadrato della differenza delle due quantità, giunto il doppio del prodotto d'eſſe due quantità, ne reſulta la ſomma de i quadrati delle due quantità. Adunque ſomma de i quadrati delle due tire per R. è quanto due volte

Il dutto di S. in A.
Et di R. due volte in A. da partire per R.

ſarà eguale alla ſuperficie B. 20. dato, quantità (che R. in A. due volte da partire A. poſto eſſere il prodotto delle due quantità, poiche a moltiplicare A. per R. & partire il prodotto per l'iſteſſo R. ne ritorna A. ma in vece de dire A. due volte, qui ſi dice, ò ſi pone R. in A. due volte da partire per R. perche coſi torna comodo, douendolo giungere con il dutto di S. in A. che và anch'egli partito per il medeſimo R. Et

coſi

cosi il dutto di S. in A. da partire per R. è il quadrato della differenza delle due quantità. Et il dutto di R. in A. due volte da partire per R. è il doppio del prodotto delle medesme due quantità, quali quad. della differenza delle due quantità; Et doppio del prodotto delle istesse due quãtità, giõti insieme cõpongono la sõma de' quad. delle due quãtità (come si mostrò nel fine della secõda operatione, ò Problema a fac. & però saranno eguali al dato B. 20.) La quale Equatione ridotta a forma di proportionalità si potrà dire, che come è da S piu due volte R. ad R. cosi è da B. 20. ad A. da trouarsi rettangolo, ò prodotto delle due quantità, (perche hauendo il dutto di S. in A. piu il dutto di R. due volte in A. Il tutto da partire, ò esimo di R. ò denominato da R, ò vogliamo dire che hà per denominatore R. Et essendo eguale a B. noi per leuare il rotto moltiplicando ciascuna delle due parti sinistra, & destra dell'Equatione per R denominatore della sinistra ci ridurremo ad hauere il dutto di S. in A. piu il dutto di R. due volte in A. Eguale al dutto di R. in B. Et perche il dutto di S. in A. piu il dutto di R. due volte pure in A. si può dire essere il dutto di questa quantità S. piu il doppio di R. in quest'altra A. Et essendo tal dutto eguale al dutto di quest'altre due R. & B. fra loro, noi potiamo considerare esse 4. quantità come 4. quantità proportionali, ponendo quelle d'vn dutto per estreme prima, & quarta. Et quelle dell'altro dutto (al già detto dutto eguale) per medie, seconda, & terza, & stando cõ quest'ordine S. piu il doppio di R. prima R. seconda B. terza, & A. quarta, si dirà, che come da S. piu il doppio di R. ad R. cosi è B. 20. ad A. posto essere il prodotto delle due quantità, che li cercano.) Onde dati S. R. & B. si trouaranno le due quãtità. Che dato B. (somma de' quad. delle due quantità) 20. Et la proportione del prodotto delle due quantità al quad. della differenza loro, essendo come da R. 2. ad S. 1. Il doppio di R. con S. cioe 4. & 1. che fa 5. ad R. 2. sarà come da B. 20. ad A. prodotto delle due quantità, onde se 5. da 2. il B. 20 darà 8 & questo 8. sarà A. prodotto delle due quãtità, il doppio del qual prodotto, cioe 16. cauato dalla somma de i dui quadrati loro, cioe da B. 20. il restante 4. è il quadrato della differenza delle due quantità. però la ℞ di questo 4 cioe 2. è la differenza delle due quantità. Et l'istesso 16. doppio del prodotto delle due quãtità, giunto al medesmo B. 20. somma de' quadrati delle due quantità, il composto 36 sarà il quadrato della somma delle due quantità (come si mostrò nel secondo problema sopradetto) perilche la ℞ di questo 36. cioe 6 sarà la somma delle due quantità. Et la differenza delle istesse si è trouato essere 2. però la mità della differenza, giõto a 3. mità della somma che fà 4. mostrarà la maggiore delle due quantità cercate douere essere 4. Et il medesimo 1. cauato dall'istesso 3. che resta 2. mostrarà la minore douere essere 2. Et ben si vede che la somma di 16. & 4. quadrati loro fa il 20. B. dato, Et che la proportione di 8. prodotto d'esse due quantità à 4. quadrato di 2. differenza loro, è come da R. 2. ad S. 1. come si propone.

Et se stante la somma de i quadrati delle due quantità B. 20. il prodotto delle due quantità al quadrato della differenza d'esse due quantità fusse come da 1. ad 1 cioe fussero eguali, che S. cioe fusse eguale ad R. che però all'hora il doppio di R. gionto ad S. faria il triplo di R. all'hora ancora B. 20. faria triplo ad A. prodotto delle due quantità, & perciò esso prodotto saria $\frac{20}{3}$. cioe $6\frac{2}{3}$. il doppio del quale che è $13\frac{1}{3}$. giunto, & cauato a B. 20. somma de' quadrati delle due quãtità i dui resultanti $33\frac{1}{3}$. & $6\frac{2}{3}$. saranno i quadrati della somma delle due quantità, & della differenza delle istesse due quantita, onde la somma delle due quantità sara ℞ $33\frac{1}{3}$. & la loro differenza sara ℞ $6\frac{2}{3}$. le mita del che sono ℞ $8\frac{1}{3}$: & ℞ $1\frac{1}{3}$. perilche la quantita maggiore sara ℞ $8\frac{1}{3}$. p̃ ℞ $1\frac{1}{3}$. Et la minore sara ℞ $8\frac{1}{3}$. meno ℞ $1\frac{1}{3}$. La differenza delle due quantita è due volte ℞ $1\frac{1}{3}$. cioe ℞ $6\frac{2}{3}$. Il suo quadrato è $6\frac{2}{3}$. ilche è eguale al prodotto delle due quantita come si propone.

La quantita maggiore è ℞ $8\frac{1}{3}$. piu ℞ $1\frac{1}{3}$.	Il suo quadrato è 10. piu ℞ $\frac{200}{9}$.
La quantita minore è ℞ $8\frac{1}{3}$. m̃ ℞ $1\frac{1}{3}$.	Il suo quadrato è 10. men. ℞ $\frac{200}{9}$.
Il prodotto delle due quantita è $8\frac{1}{3}$. meno $1\frac{1}{3}$. cioe $6\frac{2}{3}$.	la somma de i quadrati è 20. come si propone.

Il Cardano al Capitolo 66. nel quesito 94. scriue:

TRouinsi due quantita tali, che il prodotto sia eguale al quad. della differenza loro, & che la somma de quad. loro sia 20. Et lo risolue per Algebra con modo simile al seguente. Sia la maggiore $\frac{1}{2}$. ⚹, & la minore 1. (che si potria anco dire 1. quãtita, & trouar poi il valore d'essa quãtita in num. di ⚹, ma pche questo riusciria laborioso, perciò adopraremo la simplice vnita) la differenza è $\frac{1}{2}$. ⚹ m̃ 1. il quad. d'essa è $\frac{1}{4}$ ⚹ m̃ 1. ⚹ p̃ 1. ilche è eguale al prodotto delle due quãtita che è $\frac{1}{2}$. ⚹, che accomodãdo la Equatione si hauera $\frac{1}{4}$. ⚹ p̃ 1. Eguale a $1\frac{1}{2}$. ⚹, & però 1. ⚹ p̃ 4. Eguale a 6. ⚹. Onde la ⚹ vale 3. p̃ ℞ 5. ò 3. m̃ ℞ 5. ma la valuta maggiore ci serue, & $\frac{1}{2}$. ⚹ sara $1\frac{1}{2}$. ⚹ p̃ ℞ $1\frac{1}{4}$. che $1\frac{1}{2}$. m̃ ℞ $1\frac{1}{4}$. saria poco per la quantita maggiore essendo posto 1. la minore. Et cosi quãdo la

mino-

minore ſia 1.la maggiore poſta $\frac{1}{2}$. ꝛ ſarà $1\frac{1}{2}$.p̃ ℞ $1\frac{1}{4}$. Cioe la proportione della maggiore alla minore è come di $1\frac{1}{2}$.p̃ ℞ c.$\frac{1}{4}$.ad 1. Hora con nuouo queſito ſi dice.

Trouinſi due quantità nella proportione di $1\frac{1}{2}$. p̃ ℞ $1\frac{1}{4}$. ad 1.tali, che la ſomma de' quadrati loro ſia 20.Onde poſto la maggiore ($1\frac{1}{2}$. p̃ ℞ $1\frac{1}{4}$.) ꝛ. Et la minore 1. ꝛ, i loro quadrati ſono ($3\frac{1}{2}$. p̃ ℞ $11\frac{1}{4}$.) ☉; Et 1.☉,cioe in tutto ($4\frac{1}{2}$.p̃ ℞ $11\frac{1}{4}$.) ☉. Et queſto è eguale a 20. però la ꝛ vale ℞ $8\frac{1}{4}$.m̃ ℞ $1\frac{1}{2}$. & queſta è la minore quantità poſta eſſere 1.ꝛ, quale moltiplicato per 1. $\frac{1}{2}$.p̃ ℞ $1\frac{1}{4}$. numero delle ꝛ poſto eſſere la maggiore fa ℞ $8\frac{1}{4}$. piu ℞ $1\frac{1}{2}$. & queſto ſarà la maggiore quantità.

Ouero con l'Algebra pure per trouare la maggior quantità la poneremo eſſere 1.ꝛ, che la minore ſarà ($1\frac{1}{2}$.m̃ r.$1\frac{1}{4}$.) ꝛ,acciò la maggiore alla minore habbi la proportione di $1\frac{1}{2}$.p̃ ℞ $1\frac{1}{4}$.ad 1. (che ſe $1\frac{1}{2}$. p̃ ℞ $1\frac{1}{4}$. maggiore douerà eſſer 1.l'1.poi minore douerà eſſer $1\frac{1}{2}$.m̃ ℞ $1\frac{1}{4}$.) i loro quadrati ſono 1.☉. Et ($3\frac{1}{2}$. m̃ ℞ 11.$\frac{1}{4}$.)☉. Et la ſomma loro è ($4\frac{1}{2}$.m̃ r.$11\frac{1}{4}$.) ☉,& queſto è eguale a 20. cioe 9,☉. Eguale a 90.p̃ r.4500. Onde la ꝛ vale r.$8\frac{1}{4}$.p̃ r.$1\frac{1}{2}$. & queſta è la maggior quantità.

Et ben ſi vede,che il prodotto d'eſſe due q r.$8\frac{1}{4}$.p̃ r.$1\frac{1}{2}$. Et r.$8\frac{1}{4}$.m̃ r.$1\frac{1}{2}$. è $8\frac{1}{4}$.m̃ $1\frac{1}{2}$. cioe 6. $\frac{3}{4}$. Et la differenza d'eſſe due q.è r.$1\frac{1}{2}$.p̃ r.$1\frac{1}{2}$.cioe r.$6\frac{3}{4}$.il quadrato della quale è $6\frac{3}{4}$. & però è eguale al prodotto loro come ſi propone;Ancora i quadrati d'eſſe due q.ſono 10.p̃ r.$13\frac{5}{8}$.Et 10, m̃ r.$13\frac{5}{8}$.la ſomma de i quali è 20 come ſi propone.

Ouero ſia la maggiore 1.ꝛ,& la minore 1.la differenza è 1.ꝛ m̃ 1.il quadrato della quale è 1.☉ m̃ 2.ꝛ p̃ 1.Eguale al prodotto loro,che è 1.ꝛ,però 1.☉ p̃ 1.è Eguale a 3.ꝛ. Onde la ꝛ vale $1\frac{1}{2}$. p̃ r.$1\frac{1}{4}$.ò $1\frac{1}{2}$.m̃ r.$1\frac{1}{4}$.ma la maggior valuta è a propoſito. Onde quando la minor q.ſia 1.la maggiore poſta 1.ꝛ, ſarà $1\frac{1}{2}$.p̃ r.$1\frac{1}{4}$. Ouero poſta la minore 1.ꝛ, & la maggiore 1.la differenza è 1, m̃ 1.ꝛ,il ſuo quadrato è 1.m̃ 2.ꝛ p̃ 1.☉, Et è eguale al prodotto delle due q.che è 1.ꝛ però 1.☉ p̃ 1.è eguale a 3.ꝛ come prima; Et la ꝛ vale pure $1\frac{1}{2}$.p̃ r.$1\frac{1}{4}$.ò $1\frac{1}{2}$. m̃ r.$1\frac{1}{4}$. ma la maggior valuta hora è a propoſito,onde quando la maggior quantità ſia 1.la minore ſarà $1\frac{1}{2}$.m̃ r.$1\frac{1}{4}$. Et ſeguẽdo ad operare come di ſopra ſi trouaranno le due quantità.

Ma per deriuarne facilmente la Regola numerale,& anco la lineale ſia che ſi dica.

Trouinſi due quantità tali, che il prodotto loro al quadrato della differenza loro habbi la proportione di 3.a 10.cioe che il quadrato della differenza loro ſia volte $3\frac{1}{3}$.quanto il prodotto loro; Et di più che la ſomma de' quadrati loro ſia 20. Et trouaremo la maggior quantità eſſere r.$6\frac{7}{8}$. p̃ r.$3\frac{1}{8}$. Et però la minore douerà eſſere il ſuo Reſiduo, cioe r.$6\frac{7}{8}$. m̃ r.$3\frac{1}{8}$. accioche la ſomma de'quad.loro ſia 20.che il quad.della maggiore è $6\frac{7}{8}$.p̃ $3\frac{1}{8}$.cioe 10.piu il doppio del dutto di r.$6\frac{7}{8}$. in r.$3\frac{1}{8}$. & però il quad. della minore, che hà da eſſere il reſtante ſino a 20. ſarà 10. manco il doppio del dutto delle iſteſſe due r.$6\frac{7}{8}$.& r.$3\frac{1}{8}$.i quad. delle quali gionte inſieme deuono fare 10.onde conuiene che eſſo minore ſia r.$6\frac{7}{8}$.m̃ r.$3\frac{1}{8}$.

Pono la minore 1.ꝛ. Et la maggiore 1.la differenza è 1.m̃ 1.ꝛ,il ſuo quad è 1.m̃ 2,ꝛ, p̃ 1.☉. Il loro prodotto è 1.ꝛ,che moltiplicato per $3\frac{1}{3}$.fa $3\frac{1}{3}$.ꝛ,& queſto è eguale al detto 1.m̃ 2 ꝛ,p̃ 1.☉. Cioe 1.☉ p̃ 1. Eguale a $5\frac{1}{3}$.ꝛ perilche la ꝛ vale $2\frac{2}{3}$. p̃ r.$6\frac{1}{9}$.Ouero $2\frac{2}{3}$.meno r.$6\frac{1}{9}$. Onde la minor quantità ſarà $2\frac{2}{3}$. meno r.$6\frac{1}{9}$. quando la maggior ſia 1. Et ben vediamo la differenza loro eſſere r.$6\frac{1}{9}$. meno $1\frac{1}{3}$. il ſuo quad.è $8\frac{8}{9}$. meno r.$67\frac{3}{8}$. Et il loro prodotto è $2\frac{1}{3}$. meno r.$6\frac{1}{9}$. che moltiplicato per $3\frac{1}{3}$. fa $8\frac{8}{9}$. meno rad.$67\frac{3}{8}$. che è quanto il quadrato ſopradetto della differenza loro.

Hora

Hora faremo nuoua positione; Sia la maggiore quantità 1.ꝛ, però la minore sarà ($2\frac{1}{4}$.m̃ R$\sqrt{}$ $6\frac{1}{9}$.) ꝛ (che le 1.maggiore da $2\frac{1}{4}$.m̃ R$\sqrt{}$ $6\frac{1}{9}$. per la minore, se mò la maggiore douenti 1 cosa, la minore similmente douentarà l'istesso $2\frac{1}{4}$.m̃ R$\sqrt{}$ $6\frac{1}{9}$. ma sarà ꝛ) i loro quadrati sono 1.ȝ. Et ($13\frac{1}{9}$.m̃ R$\sqrt{}$ $173\frac{6}{81}\frac{7}{1}$.) ȝ la somma de'quali è ($14\frac{1}{9}$.m̃ R$\sqrt{}$ $173\frac{6}{81}\frac{7}{1}$.) ȝ, & è eguale a 20. onde partendo il 20. per il numero de'ȝ, ne verrà il valore del ȝ, & la R$\sqrt{}$ sarà il valore della cosa.

Quì il prodotto di 20. via $14\frac{1}{9}$. và poi partito per $28\frac{4}{9}$. che è doppio al $14\frac{1}{9}$. però all'auenimento sarà similmente il doppio di 20. onde esso auenimento sarà 10.

Ancora moltiplicare per 20. & partire il prodotto per $28\frac{4}{9}$. è quanto moltiplicare per 1. & partire per 1. $\frac{4}{9}\frac{0}{1}$. che è $\frac{6}{4}\frac{4}{1}$. però douendo moltiplicare radice $173\frac{6}{81}\frac{7}{1}$. per 20. & partire il prodotto per $28\frac{4}{9}$. questo rutto sarà quãto partirla per $\frac{6}{4}\frac{4}{1}$. cioe per R$\sqrt{}$ $\frac{4}{2}\frac{0}{0}\frac{0}{2}\frac{5}{5}$. che ne resulta R$\sqrt{}$ $85\frac{1}{4}\frac{5}{16}$.

$14\frac{1}{9}$. p̃ R$\sqrt{}$ $173\frac{6}{81}\frac{7}{1}$.	20
via $14\frac{1}{9}$. m̃ R$\sqrt{}$ $173\frac{6}{81}\frac{7}{1}$.	via $14\frac{1}{9}$. p̃ R$\sqrt{}$ $171.\frac{6}{81}\frac{7}{1}$.
$6\frac{1}{9}$.	R$\sqrt{}$ $\frac{4}{2}\frac{0}{0}\frac{0}{2}\frac{5}{5}$. in R$\sqrt{}$ $\frac{4}{2}\frac{0}{0}\frac{8}{8}\frac{0}{1}$.
$196\frac{4}{81}\frac{4}{1}$.	25. 1.
$202\frac{1}{81}\frac{1}{1}$.	256. 880.
$173\frac{6}{81}\frac{7}{1}$.	16. 55.
partitore $28\frac{4}{81}$.	1375.
	ne viene R$\sqrt{}$.$84\frac{1}{4}\frac{5}{16}$.

però il ȝ vale 10.p̃ R$\sqrt{}$ $85\frac{1}{4}\frac{5}{16}$.
da 100.
resta $14\frac{1}{4}\frac{5}{16}$. la sua R$\sqrt{}$ è $3\frac{1}{4}$. che giunto, & cauato a 10. ne resultano $13\frac{1}{4}$. & $6\frac{1}{4}$. le loro mità sono $6\frac{1}{8}$. & $3\frac{1}{8}$. & le R$\sqrt{}$ d'esse gionte insieme fanno rad. $6\frac{1}{8}$. p̃ R$\sqrt{}$ $3\frac{1}{4}$. ilche è la R$\sqrt{}$ del Binomio valore del ȝ. però questa R$\sqrt{}$ $6\frac{1}{8}$.p̃ r. $3\frac{1}{16}$. è il valore della ꝛ, & è la maggiore quantità. Et la minore sarà il Residuo di questa, cioe r. $6\frac{1}{81}$. m̃ r. $3\frac{1}{16}$. che la somma delli d'ui quadrati fa il 20. dato. Ouero, quando la maggior quantità sia 1. la minore è $2\frac{1}{4}$. m̃ r. $6\frac{1}{16}$ essendo mò la maggiore r. $6\frac{1}{16}$.p̃ r. $3\frac{1}{8}$. quanto douerà essere la minore. Et vedremo, che sarà r. $6\frac{1}{16}$ m̃ r. $3\frac{1}{8}$. che è il Residuo del Binomio continente la maggiore.

* Quì mò si può notare che $2\frac{1}{4}$.m̃ r. $6\frac{1}{16}$. è vna quantità, che moltiplicata per il Binomio r. $6\frac{1}{8}$.p̃ r $3\frac{1}{16}$. produce il Residuo d'esso Binomio, cioe produce r. $6\frac{7}{8}$.m̃ r. $3\frac{1}{16}$.

Et se dicessimo quale è quella quãtità, che moltiplicata poniamo per il Binomio 8.p̃ r. 40 produca il suo Residuo 8.m̃ r. 40. (o quale è quella quantità, che moltiplicata per il Residuo 8.m̃ r. 40. produca il suo Binomio 8 p r 40.) noi la potremo trouare mediante l'Algebra, ponendo ch'ella sia 1.ꝛ. Ouero, partendo simplicemẽte il Binomio dato B.p il suo Residuo R. che l'auenimẽto Q sarà la quantita cercata $4\frac{1}{8}$. m̃ r. $7\frac{7}{16}$. quale moltiplicata via il B. produca il suo residuo 8.m r.40.

1 | $2\frac{1}{4}$.m̃ r. $6\frac{1}{16}$. (r. $6\frac{7}{81}$.p̃ r. $3\frac{1}{16}$.
via $2\frac{1}{4}$.m̃ r. $6\frac{1}{16}$.
8

r. $8\frac{4}{16}$. via r. $\frac{5}{256}$. Er via r. $\frac{1}{8}$. m̃ r. $\frac{5}{16}$. via r. $\frac{5}{16}$. Et via r. $\frac{25}{8}$.
1 1 3025 1375
440 200 $378\frac{1}{8}$. $171\frac{7}{8}\frac{7}{1}$.
fa r. $48\frac{8}{16}$. & rad. $22\frac{1}{16}$. m̃ r. $42\frac{1}{7}\frac{1}{2}$. Et m̃ r. $19\frac{7}{1}\frac{7}{2}$.
A b B a

r. $\frac{5}{7}\frac{5}{2}$. in r. $\frac{4}{2}\frac{0}{0}$. entra per r. 64. cioe 8. volte; Et in r. $\frac{1}{7}\frac{3}{2}\frac{7}{5}$. entra per r. 25. cioe 5. volte, che cauato da 8. resta 3. che è r. 9. da moltiplicare per r. $\frac{1}{7}\frac{5}{2}$. & fa r. $\frac{5}{8}$. cioe r. $6\frac{7}{8}$. & questo è la sõma di A. & a, cioè quãto importa r. $48\frac{8}{16}$.m̃ rad. $19\frac{7}{7}\frac{7}{2}$. rad. $\frac{1}{7}\frac{1}{2}$. in rad. $\frac{3}{7}\frac{0}{2}\frac{1}{5}$. entra per r. 3025. cioe volte 55. & in R$\sqrt{}$ $\frac{2}{2}\frac{0}{0}\frac{0}{0}$. che è r. $\frac{1}{7}\frac{6}{2}\frac{0}{0}$. entra per r. 1600 cioe volte 40. che cauato da 55. resta 15. da moltiplicare con r. $\frac{7}{2}\frac{1}{2}$. & fa r. $\frac{2}{7}\frac{5}{2}$. cioè r. $3\frac{1}{8}$. & questo è m̃, & è la somma di r. $22\frac{1}{16}$. b. con m̃ r. $42\frac{1}{7}\frac{1}{2}$. B. cioè il loro composto è m̃ r. $3\frac{1}{8}$. quale con r. $6\frac{7}{8}$. trouato per somma di A. & a, fa r. $6\frac{7}{8}$.m̃ r. $3\frac{1}{8}$. che è il prodotto della nostra moltiplicatione, quale partito per 1. ne viene l'istesso, & però ella è la quantità minore.

con 8. p̃ r. 40. si parta 8.m̃ r. 40.

8 m r. 40.	8.m̃ r. 40.
24. partitore.	104.m̃ r. 1040. 426$\frac{1}{8}$.
ne viene $4\frac{1}{4}$.m̃ r. $17\frac{1}{2}$.	

che moltiplicata via 8. p̃ r. 40.
produce il Residuo 8.m̃ r. 40.

Et se conuersamẽte il Binomio della quantita, cioe $4\frac{1}{4}$. p̃ r. $17\frac{7}{16}$. saria la quantita, che moltiplicata via il residuo 8. meno rad 40. produrria il suo Binomio 8.p̃ r. 40.

Et si può notar, che in questi casi la quantita Q. è tale, che il quadrato della maggior patte supera il quad della minore in

1.& però ella ſia Binomio,ò Reſiduo di numero, & ℞ ella ſarà quadrata. Ancora il prodotto della minor parte d'eſſa, nella minor parte del Binomio B. è ſempre quanto il prodotto della maggior parte del Binomio B.in 1.manco della maggior parte della quantità Q. acciochè moltiplicando poi la maggior parte del Binomio, per tutta la intiera parte maggiore della quantità Q. queſto prodotto ſuperi il prodotto p. nella maggior parte del Binomio B. Ma poi il prodotto 1. della maggior parte del Binomio B. nella minor parte della Q deue fare quanto il prodotto della minor parte del Binomio B.in 1. piu della maggior parte della quantità Q. acciò che il prodotto poi della maggior parte del Binomio B. nella ſola maggior parte della Q. ſia ſuperato dal prodotto della maggior parte del Binomio nella minor parte della Q (quale è meno) in vna volta la minor parte del Binomio cioe acciochè a cauare il prodotto hora di $4\frac{1}{2}$. via rad.40. dal prodotto di 8. via rad.$17\frac{7}{9}$ che è meno,reſti rad.40.ma che ſarà meno.

$3\frac{1}{3}$. (cioè 1. manco di $4\frac{1}{3}$.) via 8. deue fare quanto ℞ 40. via ℞ $10\frac{7}{9}$. perilche eſſe due ℞ hanno fra loro proportione quadrata douendo produrre numero rationale.

$3\frac{1}{3}$. via 8 fa $26\frac{2}{3}$. ℞ $17\frac{7}{9}$. via ℞ 40. fa ℞ $28\frac{4}{9}$. $\frac{1600}{9}$. fa ℞ $\frac{6400}{81}$. cioè $\frac{80}{9}$.

Et ancora $5\frac{1}{3}$. via ℞ 40. deue fare quanto 8. via ℞ $17\frac{7}{9}$.
$\frac{16}{3}$. cioè ℞ $\frac{256}{9}$. via ℞ 40. fa ℞ $\frac{10240}{9}$. cioè ℞ $1137\frac{7}{9}$.
8. cioè ℞ 64. via ℞ $\frac{1600}{9}$. fa ℞ $\frac{102400}{9}$. cioè ℞ $1137\frac{7}{9}$.

* Per farne la proua diremo il quad. della maggior quantità è 10. p̃ (r.$5\frac{1}{8}$. via r.$1\frac{1}{8}$. 2.volte,)
Il quad. della minore è 10. m̃ r.$6\frac{7}{8}$. via r.$3\frac{1}{8}$. 2.volte, però la ſomma d'eſſi dui quadrati è 20. come ſi propone.
Il rettangolo delle due quantità è $6\frac{7}{8}$. m̃ $3\frac{1}{8}$. cioè $3\frac{3}{4}$.
La differenza delle due quantita è rad.$3\frac{1}{8}$. 2.volte, cioè r.$12\frac{1}{2}$. il ſuo quad. è $12\frac{1}{2}$. al quale il $3\frac{3}{4}$. rettãgolo loro hà la proportione di 15. a 50. cioè di 3 a 10. come ſi propone.

Dall operatione Algebratica di queſto queſito, ſe ne può dedurre la ſeguente Regola numerale per riſoluere i queſiti ſimili.

Al denominatore della proportione, che hà il quadrato della differenza delle due quantità, al prodotto loro ſi giunga ſempre 2. (che come ſi vede nella Operatione Algebratica al $\frac{1}{4}$. ✳, ſi gionge ſempre 2. ✳, & fa le $5\frac{1}{4}$. ✳, che ſono ſempre eguali ad 1. ☐ piu 1. & dal quadrato della mità M. della ſomma ſi caui ſempre 1. (che è dal quadrato della mità del numero delle ✳, cauare il numero ſempre 1. che è con l'1. ☐,) & la ℞ del reſtante ſi caui dalla mità M. & il reſultante ſi chiami N. (che nella Operatione è la quantità minore quando la maggiore ſia 1.) Dipoi al quadrato di queſto N. ſi giunga ſempre 1. (che nella Operatione Algebratica ſi vede, che poſto la maggiore 1. ✳, & la minore il numero delle ✳ ſignificato da N. (cioè hora (a $\frac{1}{4}$. m̃ r.$6\frac{1}{8}$.) ✳. Si giongono i loro quadrati inſieme, & il cõpoſto che è ☐, è ſempre eguale alla ſomma data (hora 20.) de' quadrati delle due quantità, & però in queſta Equatione di ☐ eguale a numero ſi parte ſempre il numero (hora 20) per il numero de' ☐, & la r. dell'auenimento è il valore della ✳, & però è la maggior quantità poſta 1. ✳, quale moltiplicata poi per l'N. il prodotto è la minore) & con la ſomma ſi parta la ſomma data de' quadrati delle due quantità, che la Radice dell'auenimento ſarà la quantità maggiore, quale ſi moltiplichi per N. che il prodotto ſarà la minore.

Per eſſempio eſſendo la ſomma de' quadrati delle due quantita 20. Et la proportione del prodotto delle due quantita al quadrato della differenza loro come da 2 ad 1. per trouare le due quantita. Eſſendo dal quadrato della differenza loro al loro prodotto come da 1. a 2. & però il ſuo denominatore $\frac{1}{2}$. ſi giongeremo il 2. per regola, & fa $2\frac{1}{2}$. la ſua mita M. è $1\frac{1}{4}$. il quadrato di queſto è $\frac{25}{16}$. da cauarne ſempre 1. & reſta $\frac{9}{16}$. la ſua Radice, che è $\frac{3}{4}$. ſi caua da M. $\frac{1}{4}$. & reſta $\frac{1}{2}$. che è N. al quadrato del quale N. che è $\frac{1}{4}$. ſi gionge ſempre 1. & fa $1\frac{1}{4}$. con il quale ſi parte il 20. ſomma data de' quadrati delle due quantita, & ne viene 16. la rad. del quale è 4. & queſta è la quantita maggiore, quale ſi moltiplica per N. $\frac{1}{2}$. & fa 2. & queſto 2. è la quantita minore.

Et nel ſecondo eſſempio eſſendo pure la ſomma de' quadrati delle due quantita 20. ma il prodotto d'eſſe due quantita eguale al quadrato della differenza loro, cioè la proportione del prodotto loro al quadrato della differenza loro come da 1. ad 1. & però anco dal quadrato della differenza loro al prodotto loro come da 1. ad 1. il denominatore della qual proportione è 1. noi per trouare le due quantita al detto denominatore 1. giongeremo il 2. per regola, & fa 3. la ſua mità M. è $1\frac{1}{2}$. il ſuo quadrato è $2\frac{1}{4}$. da cauarne ſempre 1. & reſta $1\frac{1}{4}$. la ℞ del quale, che è ℞ $1\frac{1}{4}$.

ſi caua

ſi caua da M. $1\frac{1}{2}$. & reſta $1\frac{1}{2}$. m Bꝛ $1\frac{1}{8}$. che è l'N. al quadrato del quale N. che è $3\frac{1}{2}$. m Bꝛ $11\frac{1}{4}$. ſi gionge ſempre 1. & fa $4\frac{1}{2}$. m Bꝛ $11\frac{1}{4}$. con il quale ſi parte il 20. ſomma data delli quadrati delle due quantità, & ne viene 10. più Bꝛ $55\frac{5}{9}$. la Bꝛ del quale cioe Bꝛ $8\frac{1}{2}$. più Bꝛ $1\frac{1}{2}$. è la maggior quantità, quale moltiplicata per N. $1\frac{1}{2}$. meno radice $1\frac{1}{4}$. produce radice $8\frac{1}{4}$. meno radice $1\frac{1}{4}$. (Reſiduo della radice $8\frac{1}{4}$. più radice $1\frac{1}{4}$. Binomio detto maggior quantita) & queſto è la minore quantita; Ouero trouato la maggiore quantità eſſere rad. $8\frac{1}{2}$. più rad. $1\frac{1}{4}$. che hà per quadrato 10. più rad. $55\frac{5}{9}$. queſto ſi caui da 10. ſomma data de' quadrati delle due quantità, & reſta 10. m rad. $55\frac{5}{9}$. che è il quadrato della quantità minore, però la ſua r. cioe r. $8\frac{1}{2}$. m r. $1\frac{1}{4}$. ſarà la quantità minore.

Con $4\frac{1}{2}$. m r. $11\frac{1}{4}$. partaſi 20.

$4\frac{1}{2}$. p r. $11\frac{1}{4}$. — 9. — $4\frac{1}{2}$. p r. $11\frac{1}{4}$. — 90. p r. 4500.

auenimanto 10. p r. $55\frac{5}{9}$. da pigliarne la rad. 100.

10 — $6\frac{3}{4}$. — $16\frac{1}{4}$. — 10 — $6\frac{3}{4}$. — $3\frac{1}{4}$. è la maggior quantità. — $44\frac{5}{9}$. — $\frac{400}{9}$. — $\frac{20}{3}$.

via N. $1\frac{1}{2}$. m rad. $1\frac{1}{4}$. — fa r. $8\frac{1}{2}$. m rad. $1\frac{1}{4}$.

Cauiſi il dutto di $1\frac{1}{2}$. via rad. $1\frac{1}{4}$. cioe de rad. $\frac{9}{4}$. via r. $\frac{5}{4}$. dal dutto di rad. $8\frac{1}{2}$. via rad. $1\frac{1}{4}$. cioe di rad. $\frac{2}{4}\frac{5}{4}$. via rad. $\frac{5}{4}$. che è m, & il reſtante ſarà meno. Qui perche i dui prodotti de' denominatori 3. & 4. in ciaſcun dutto è vn'iſteſſo 12. terremo conto ſolo de' numeratori, & haueremo 9. via 5. & 25. via 5. & laſſando i dui 5. eguali, attenderemo al 9. & al 25. che rad. 9. in rad. 25. entra per rad. $\frac{2}{0}\frac{5}{0}$. che è $\frac{5}{4}$. però nel reſtante, ò differenza de' dui dutti entrara 1. volta manco, cioe ſolo volte $\frac{1}{2}$. che e rad. $\frac{4}{9}$. da moltiplicare hora via il minor dutto, cioe via rad. $\frac{9}{4}$. via rad. $\frac{5}{4}$. che fa rad. $\frac{5}{4}$. (perche rad. $\frac{4}{9}$. via rad. $\frac{9}{4}$. ſuo connerſo fa rad. 1. che via rad. $\frac{5}{4}$. poi fa pure rad. $\frac{5}{4}$.) però a cauare il dutto di rad $\frac{9}{4}$. via rad. $\frac{5}{4}$. & è piu del dutto di rad. $\frac{2}{4}\frac{5}{4}$. via r. $\frac{5}{4}$. & è meno reſtarà r. $\frac{5}{4}$. cioè rad. $1\frac{1}{4}$. & è meno.

Ancora cauiſi il dutto di r. $1\frac{1}{4}$. via r. $1\frac{1}{2}$. cioe di r. $\frac{5}{4}$. via r. $\frac{5}{4}$. & è meno, dal dutto di $1\frac{1}{2}$. via r. $\frac{9}{4}$. cioe di r. $\frac{9}{4}$. via r. $\frac{2}{4}\frac{5}{4}$. che il reſtante ſarà piu. Qui perche il prodotto de' denominatori è vn iſteſſo 12. tenendo conto ſolo delli numeratori, perche il dutto di 5. via 5. è quanto il ſolo 25. del $\frac{2}{4}\frac{5}{4}$. reſtarà ſolo nel maggiore il numeratore 9. però il minor prodotto entrarà nel maggiore per r. 9. cioe 3. volte, & però nella differenza loro entrarà ſolo 2. volte, onde moltiplicando il minore per 2. cioe per rad. 4. haueremo rad. 4. via rad. $\frac{5}{4}$. via rad. $\frac{5}{4}$. cioe rad. 5. via rad. $\frac{5}{4}$. che fa rad. $8\frac{1}{4}$. però a cauare il dutto di rad. $1\frac{1}{4}$. via rad. $1\frac{1}{4}$. dal dutto di $1\frac{1}{4}$. via rad. $8\frac{1}{4}$. reſta rad. $8\frac{1}{4}$. (Et ben ſi vede, che rad. $\frac{1}{4}$. via rad. $\frac{5}{4}$. fa rad. $\frac{2}{4}\frac{5}{4}$. cioe rad. $2\frac{1}{4}$. che è la mità di rad. $8\frac{1}{4}$. da cauarſi da volte $1\frac{1}{2}$. eſſa rad. $8\frac{1}{4}$. onde cauando $\frac{1}{2}$. volte rad. $8\frac{1}{4}$. (che è la rad. $2\frac{1}{4}$.) da volte $1\frac{1}{2}$. eſſa rad. $8\frac{1}{4}$. reſtarà ſolo 1. volta la medeſima rad. $8\frac{1}{4}$. & però ſarà la iſteſſa rad. $8\frac{1}{4}$.) Et coſi habbiamo anco con la moltiplicatione de' N. nella maggior quantità trouato che il prodotto è il ſuo Reſiduo rad. $8\frac{1}{2}$. meno rad. $1\frac{1}{4}$. & è la quantità minore.

Di qui anco ſi potrà eſtrahere al ſolito la Regola lineale.

Ma eſtrahendo la Regola numerale dal diſcorſo primiero, noi per comodità al 20. ſomma de' quad. delle due q. daremo nome di B. Et alli 3. & 10. termini della proportione che deue hauere il rettangolo delle due q. al quad. della differenza loro daremo nome di R. & S. & la Regola potrà eſſere queſta. Giongaſi 6. doppio di R. con S. 10. & fa 16. qual 16. ad R. 3. hà ſempre la proportione che hà B. 20. al rettangolo delle due quantità, qual rettangolo chiamaremo A. però moltiplicaremo R. 3. via B. 20. & il prodotto 60. partiremo per il 16. che l'auenimento $3\frac{3}{4}$. chiamaremo S. rettangolo delle due quantità; Il doppio di queſto A. cioe $7\frac{1}{2}$. ſi caui da B. 20. & il reſtante $12\frac{1}{2}$. è ſempre il quadrato della differenza delle due quantità, però eſſa differenza ſarà rad. $12\frac{1}{2}$.

Ancora l'iſteſſo $7\frac{1}{2}$. ſi giunga al medeſimo B. 20. che la ſomma $27\frac{1}{2}$. è ſempre il quadrato della ſomma delle due quantità, però eſſa ſomma loro ſarà rad. $27\frac{1}{2}$. Onde l'vna ſarà il compoſto della mità della ſomma giontoli la mita della differenza, cioe ſara rad. $6\frac{7}{8}$. più rad. $3\frac{1}{8}$. Et l'altra ſara la mita della ſomma, manco la mita della differenza, cioe ſara rad. $6\frac{7}{8}$. meno rad. $3\frac{1}{8}$. Cioe la maggior quantita è vn Binomio, & la minore è il ſuo Reſiduo. Con Regola breue dunque ſi potra dire.

Dati R. & S. termini della pportione, che ha il rettãgolo di due q. al quad. della differẽza loro;

Et

Et dato B.sõma de'quad.loro; Queſto B.ſi moltiplichi per R.& il prodotto ſi parta per il cõpoſto di S & doppio di B. Et il doppio dell'aueniimento ſi giunga,& caui al B.& di ciaſcuno de i dui reſultanti M.ſomma,& N. reſtãte ſi pigli la ℞ quadra,che all'hora la ſomma delle mitá loro ſarà la quantita maggiore, & quello che reſta a cauare la mitá della minore N. dalla mitá della maggiore M.ſarà la quantitá minore.

Et dicendoſi ſi vogliono fare due Camere quadre A.& B.tali,che li dui piani,ò ſuperzcie d'eſſe ſiano in tutto grandi come è il ſito, ò ſuperficie della loggia a b c d; Et che facendo an alt. a Camera C.quadra, che ſia per lato tanto quanto è la differenza del lato della Camera A. al lato della B. Et anco facendo vn Andito D.quadrangolo rettangolo, che per lunghezza habbia vn lato della Camera A. & per larghezza vn lato della Camera B. il piano, ò ſuperficie di queſt'Andito al piano della Camera quadra C.habbi la conuenienza,ò proportioné,che hà retta R.alla retta S.ò che hà la ſuperficie M. alla ſuperficie N.

Noi ſeruendoci della Regola numerale,quale applicaremo alle linee,pigliaremo per vnitá lineale vna retta a beneplacito.& ſia V.riſpetto alla quale poniamo che R. ſia 3. & S. 10. Et che a b ſia 5.& a d 4.che coſi il quadrangolo rettangolo a b c d.ſara 20.qual numero di 20.conuiene ridurre a linea,moltiplicando la a b via la b c,che ſarà alla V vnitá prima. Et a b 5.& b c 4. ſeconda,& terza,trouare la quarta proportionale,& ſia b g.

Ancora ſe fuſſero date non le rette R.3. & S.10.ma le due ſuperficie M.& N.10. & 100. ò 3. & 10.conuerria ridurre i numeri loro a linee nel medeſimo modo,quali linee ſe ſuſſero li 30.& 100 numeri grandi, eſſi ſi poſſono abbreuiare, ò ſchiſare, pigliando ſolo la mitá, ò l'$\frac{1}{3}$. ò l'$\frac{1}{4}$. ò l'$\frac{1}{5}$.ò l'$\frac{1}{10}$. ò l'$\frac{1}{20}$. ò altra parte, ò parti coſi dell'vna come dell'altra, acciò reſti ſempre fra loro la proportione iſteſſa delli numeri delle due ſuperficie,ò linee grandi; Coſi anco quando le prime linee fuſſero molto corte,elle per comodita ſi poſſono allungare,doppiandole,ò treppiãdole &c. Hor ſia che i numeri delle due ſuperficie date M.& N.ò preſi come ſono,ò abbreuiati ſiano ridotti nelle due rette R. S che riſpetto alla vnita diremo eſſere 3,& 10. (che gli diamo i nomi di numeri per comoditá, non giá perche nell'operare Geometrico aſtratto ſia dibiſogno conoſcerle per numero.) Queſto inteſo noi come inſegna la Regola,moltiplicaremo il 10.per R.3.cioe all'V.vnitá prima a 20.& R.3.ſecõda,& terza,trouaremo la quarta proportionale,& ſia h i 60. quale ſi hà da partire per il compoſto di R. & doppio di S. cioe per 16. Ilche è a 16. partitore prima 60.da partire.& Vnitá,ſeconda,& terza,trouare la quarta proportionale. & ſia la 3$\frac{3}{4}$. il doppio della quale,che ſarà la 7$\frac{1}{2}$.ſi giunga,& caui alla, & dalla 20.& ſiano i reſultãti la 27$\frac{1}{2}$.& la 12$\frac{1}{2}$. di ciaſcuna delle quali ſi pigli la ℞ quadra,che ſono la media proportionale fra 27$\frac{1}{2}$.& la Vnitá; Et la media proportionale fra la 12$\frac{1}{2}$.& la Vnitá,cioe ſono le ℞ 27$\frac{1}{2}$. Et ℞ 12$\frac{1}{2}$.che gionto inme; Et cauati anco la minore dalla maggiore,& delli dui reſultanti preſe le mitá haueremo le ℞ 6$\frac{7}{8}$.piu ℞ 3$\frac{1}{8}$. Et ℞ 6$\frac{7}{8}$.mi ℞ 3$\frac{1}{8}$.che ſono le due quantitá cercate,cioe i lati delle due Camere quadre A.& B.

La proua del che potrà anco eſſere (oltre il baſtare a dire, che la Regola deriua dalla certiſſima Doctrina Algebratica) la applicatione delli numeri di mano in mano alle linee che ſi adoprano,& veder poi ſe le quantitá che ſi trouino faccino quanto ſi ricerca,che non lo facendo queſto ſaria ſegno di hauere operato male,& conuerria veder doue,& emendare l'errore,che perciò per ſicurezza nell'operare,è ben fatto alle linee di mano in mano dar nome di numeri(& che ſiano quelli numeri,che realmente ſe le conueniriano operando per numero)che è anco piu comodo che il nominarle con le lettere dell'Alfabeto.

Et perche ſi hà da pigliare vna retta a beneplacito,che ſerua per vnitá lineale,ſarà molto eſpediente,& ſi facilitarà la operatione,ſe pigliaremo per vnitá lineale vna delle rette,che ſi adoprano nel Queſito,poniamo la R che perciò di 1. douentarà 1. Onde la S. douentarà 3$\frac{1}{3}$. Et le a b, b c douentaranno 1$\frac{2}{3}$.& 1$\frac{1}{3}$.perilche la grandezza 20.della loggia,douentarà 2$\frac{2}{9}$. Et per ſchiuare anco l'hauere a nominare le ſuperficie M. N.ò le linee R. & S. particolarmente ſarà bene, che diamo tali numeri alle a b,b c,formanti le ſuperficie rettangolo a b c d. 2$\frac{2}{9}$. che elle ritẽghino fra loro la proportione delle R.1.& S.3$\frac{1}{3}$. cioe trouaremo due rette nella proportione di 1. & 3$\frac{1}{3}$. il prodotto delle quali ſia 2$\frac{2}{9}$. che poſte elle eſſere 1.$\frac{1}{3}$, & 3$\frac{1}{3}$.$\frac{1}{3}$, il prodotto loro 3$\frac{1}{3}$.$\frac{1}{3}$, ſarà eguale 2$\frac{2}{9}$. & però 1.$\frac{1}{3}$ ſara ℞ $\frac{2}{3}$. Et 3$\frac{1}{3}$.$\frac{1}{3}$, ſarà ℞ 7$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{7}$. Et hora potremo formare il Queſito con più breuitá dicendo.

Si vogliono fare due Camere quadre P. Q. tali, che li dui piani,ò ſuperficie loro in tutto ſiano quanto è la ſuperficie della Loggia rettangola B. Et che facendo vn'altra Camera C.quadra, quale per lato ſia quanto la differenza del lato della Camera P. al lato della Q. Et anco facendo vn Andito D.rettãgolo,che per lunghezza habbi vn lato della Camera P.& per larghezza vn lato della Camera Q il piano di queſto Andito, al piano della Camera quadra C.habbi la conue-

nienza

nienza, che hà la larghezza della loggia B. alla ſua lunghezza S. ſi domandano i lati delle due Camere P. Q.

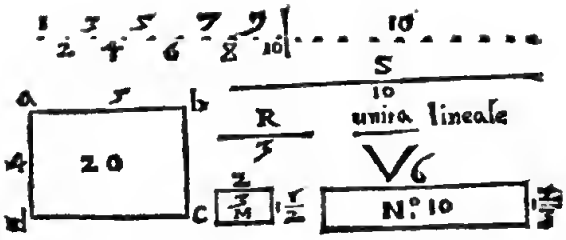
Ma hora ſi deue notare, che le linee R. & S. non eſſendo più l'1. & $3\frac{1}{4}$. che haueuamo ſuppoſto, ne apparendo veſtigio d'altre linee nel Queſito che delle radici $\frac{1}{3}$. & radici $7\frac{1}{2}\frac{1}{7}$. noi potremo adoprare vna di queſte per vnità lineale. Et ſe vorremo che il rettangolo B. habbi la grandezza 20. prima intentione, & non $2\frac{2}{9}$. che non occorre, tromaremo i lati a queſto 20. conuenienti nella proportione di 3. a 10. ò di 1. a $3\frac{1}{3}$. che hauendo $3\frac{1}{3}$. cenſi, eguale a 20. cioe 10. ℞ eguale a 60. il cenſo valerà 6. & però la ✝ ſarà r.6. per il lato minore, ò larghezza R. eſſendo poi la lunghezza S. $\frac{20.}{\text{℞ }6.}$ cioe r.$66\frac{2}{3}$. Et hora pigliando per vnità lineale la R rad. 6. vorremo operando come inſegna la Regola numerale, cioe

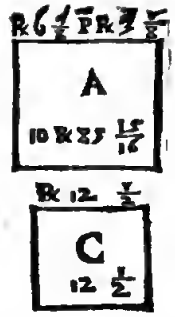
Moltiplicaremo il numero 20. per radice 6. R, cioe per la vnità lineale; Ma notiſi, che volendo noi hora, che radice 6. R. douenti vnità, il radice $66\frac{2}{3}$. S. non ſarà piu radice $66\frac{2}{3}$. riſpetto a detta vnità, ma conuerrà accomodare il ſuo numero di modo, che ſi trasmuti in nuouo numero, ſi come radice 6. ſi è trasmutato in 1. però diremo; Se radice 6. douenta 1. che douentarà radice $66\frac{2}{3}$. & vedremo, che douentarà radice $11\frac{1}{9}$. cioe $3\frac{1}{3}$. come a punto ſappiamo douere eſſere S. riſpetto alla vnità attribuita hora ad R. Et perche a moltiplicare hora R. 1. via S. $3\frac{1}{3}$. produce $3\frac{1}{3}$. ſapremo, che hora il rettangoln B. ſarà di ſuperficie $3\frac{1}{3}$. Onde il numero d'eſſo rettangolo, cioe $3\frac{1}{3}$. ſara l'iſteſſo, che è il numero di S. $3\frac{1}{3}$. & però ſchiuaremo la operatione cõ la quale ſi riduce in linea il numero d'eſſo rettangolo B. che ſaria trouando alla vnita prima alla R. 1. & S. $3\frac{1}{3}$. ſeconda, & terza, la quarta proportionale, poiche eſſa quarta viene ad eſſere la S. terza $3\frac{1}{3}$. ſi come la ſeconda R. 1. è la vnita iſteſſa prima. Hora queſta quarta proportionale, cioe S. $3\frac{1}{3}$. ſi ha da partire per il compoſto di S. & doppio di R. che è $5\frac{1}{3}$. ilche è a $5\frac{1}{3}$. partirore prima $3\frac{1}{3}$. S. da partire, & vnira R. ſeconda, & terza, trouare la quarta proportionale, che vedremo eſſere la $\frac{5}{8}$. il doppio della quale, cioe la $1\frac{1}{4}$. ſi giunge, & caua al numero della B. cioe a $3\frac{1}{3}$. (che è l'iſteſſo della S. $3\frac{1}{3}$.) & ne reſultano la $4\frac{7}{1}\frac{}{2}$. Et la $2\frac{1}{}\frac{}{2}$. di ciaſcuna delle quali ſi piglia la radice quadra, che è fra la vnita R. & la $4\frac{7}{1}\frac{}{2}$. trouare la media proportionale; Et anco fra la vnita R. & la $2\frac{1}{}\frac{}{2}$. trouare la media proportionale, & vedremo eſſe medie, ò radici di $4\frac{7}{1}\frac{}{2}$. & di $1\frac{1}{}\frac{}{2}$. eſſere radice $4\frac{7}{1}\frac{}{2}$. & radice $2\frac{1}{}\frac{}{2}$. la minore delle quali, cioe radice $2\frac{1}{}\frac{}{2}$. ſi giunge, & caua alla maggiore radice $4\frac{7}{1}\frac{}{2}$. & di ciaſcuno delli dui reſultanti, che ſono radice $4\frac{7}{1}\frac{}{2}$. piu radice $2\frac{1}{}\frac{}{2}$. Et radice $4\frac{7}{1}\frac{}{2}$. meno radice $2\frac{1}{}\frac{}{2}$. ſi piglia la mità, & haueremo radice $1\frac{7}{4}\frac{}{8}$. piu radice $\frac{2}{4}\frac{1}{8}$. Et radice $1\frac{7}{4}\frac{}{8}$. meno radice $\frac{2}{4}\frac{1}{8}$. & queſte ſono le due linee cercate, cioe i lati delle due Camere quadre P. & Q. domandati. Et eſperimentando queſti numeri vedremo li quadrati loro eſſere $1\frac{1}{4}$. piu (il doppio di radice $1\frac{7}{4}\frac{}{8}$. via radice $\frac{2}{4}\frac{1}{8}$.) Et $1\frac{1}{4}$. meno (il doppio di radice $1\frac{7}{4}\frac{}{8}$. via radice $\frac{2}{4}\frac{1}{8}$.) & però la ſomma loro eſſere $3\frac{1}{4}$. che è la grandezza del rettangolo B. (che ſaria 20. quando ſi diceſſe R. vnità eſſere radice 6. & S poſta $3\frac{1}{3}$. eſſere radice $66\frac{2}{3}$.) Ancora il rettangolo, ò prodotto di detti dui numeri, ò quantità (delle quali eſſendo la maggiore Binomio, ſi vede la minore eſſere poi il ſuo Reſiduo) è $1\frac{7}{4}\frac{}{8}$. meno $\frac{2}{4}\frac{1}{8}$. cioe $\frac{5}{8}$. La differenza delle medeſme due quantità è ℞ $\frac{2}{4}\frac{1}{8}$. due volte, cioe ℞ $\frac{2}{1}\frac{}{2}$. il quad. della quale è $2\frac{1}{1}\frac{}{2}$. & a queſto il prodotto $\frac{5}{16}$. hà la proportione di 15. a 50. cioe di 3. a 10. che è la iſteſſa di R. ad S. come ſi ricerca, però ſiamo ſicuri d'hanere operato bene. Hora di quì potremo deriuare la Regola breue lineale, & dire.

Eſſendo data la proportione del rettangolo de' dui lati delle Camere quadre P. Q. al quadrato della differenza de' medeſmi dui lati eſſere come da R. ad S. lati angolari continenti la loggia rettangola B. la ſuperficie della quale è eguale alla ſomma delle ſuperficie delle due Camere quadre P. Q. Per trouare il lato della P. & il lato della Q. Giungaſi la linea S. con il doppio della R. & alla ſomma che ſia prima alla R. & alla S. che ſiano ſeconda, & terza, ſi troui la quarta proportionale, quale ſi doppij, & ne venga G. Ouero (che reſulta il medeſmo;) Giungaſi la linea R. con la mità di S. & alla ſomma preſa per prima alla R. & alla S. preſe per ſeconda, & terza, ſi troui la quarta proportionale, & ſia G. quali ſi giunga alla S. & anco ſi caui dalla iſteſſa S. & ne deriuino E. & F. poi fra la R. & la E. ſi troui la media proportione, & ſia H. Ancora fra la R. & la F. ſi troui la media proportionale, & ſia. Poi ſi giunga I. ad H. & ne reſulti L. Ancorà ſi caui I. da H. & ne reſulti M. Di più ſi pigli la mità di L. & ſia N. & la mità di M. & ſia O. che all'hora N. & O. ſaranno i lati cercati, l'vno, cioe N. della maggiore delle due Camere quadre P. Q. l'altro cioe O. dell'altra Camera minore.

Coſi anco nella Regola numerale ſi può dire. Giungaſi R. 3. con la mità 5. di S. 10. è con la

Digitized by Google





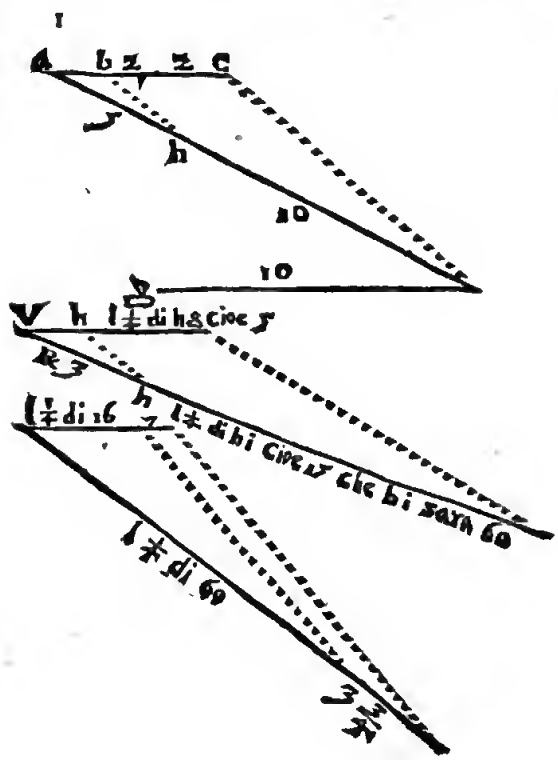
Rad. $6\frac{7}{8}$. m rad. $3\frac{1}{8}$

$\frac{2}{2}$ $\frac{5}{2}$ $\frac{5}{8}$

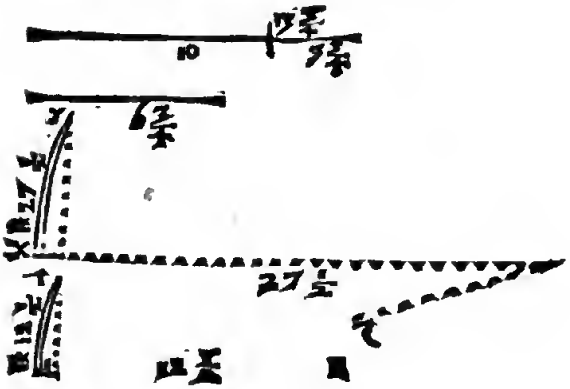
10. m̃ rad. 85 $\frac{1}{1}$ $\frac{5}{0}$ 1375
la ſomma è 20. grandezza
de' dui quadrati
Rad. 6. $\frac{7}{8}$ p̃ $3\frac{1}{8}$

Rad $6\frac{7}{8}$. m̃ rad. $3\frac{1}{8}$

da $3\frac{3}{4}$. à $12\frac{1}{2}$. è come
da 15. à 50. ò da 3. a 10.



il doppio della $3\frac{3}{4}$. ſi deue giongere, & cauare alla b.g. 20. ma noi giongeremo, & cauaremo la ſola $3\frac{3}{4}$. à ſola 10. mitá del 20. & anco la cauaremo, & reſultaranno $13\frac{3}{4}$, & $6\frac{1}{4}$.



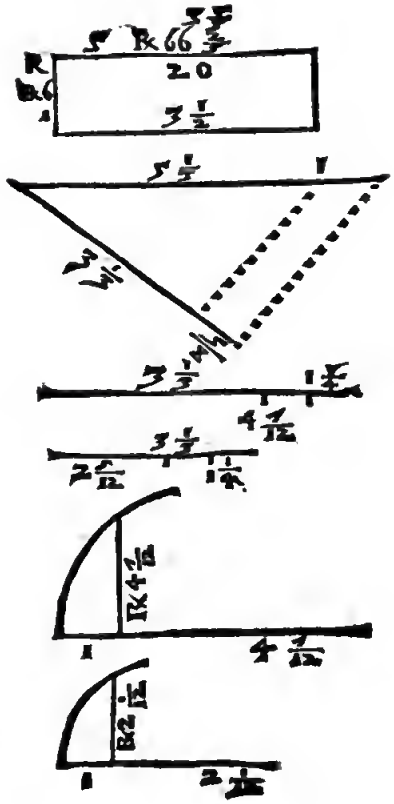
rad. $27\frac{1}{2}$ p̃ rad. $12\frac{1}{2}$

rad. $6\frac{7}{8}$. p̃ rad. $3\frac{1}{8}$

rad. $6\frac{7}{8}$. m̃ rad. $3\frac{1}{8}$

rad. 27. $\frac{1}{2}$.

rad. $12\frac{1}{2}$. rad. $27\frac{1}{2}$.
m̃ rad. $12\frac{1}{2}$.



Rad. $1\frac{7}{8}$ p̄ rad. $\frac{3}{4}\frac{5}{8}$

B

rad. $\frac{5}{4}\frac{5}{8}$ R. $\frac{2}{1}\frac{5}{2}$ 1375 rad. $2\frac{3}{3}\frac{3}{7}\frac{3}{6}$

$1\frac{3}{2}$. m̄ rad. $2\frac{3}{5}\frac{3}{7}\frac{3}{10}$ la somma è $3\frac{1}{3}$. grandezza de' dui quadr.

Rad. $1\frac{7}{8}$. p̄ rad. $\frac{3}{4}\frac{5}{8}$.

rad. $1\frac{7}{8}$. m̄ rad. $\frac{3}{4}\frac{5}{8}$

da $\frac{5}{8}$. à $2\frac{1}{1}\frac{1}{2}$. è come da 15. à 50. & però coma da 3. à 10. ò da 1. à $3\frac{1}{3}$. come si conuiene.

Rad. $4\frac{7}{1}$

Rad $4\frac{7}{1}$ p̄ rad. $2\frac{1}{1}\frac{1}{2}$. rad. $2\frac{1}{1}\frac{1}{2}$. rad. $4\frac{7}{1}$. m̄ rad. $2\frac{1}{1}\frac{1}{2}$.

Rad. $1\frac{7}{8}$. p̄ rad. $\frac{3}{4}\frac{5}{8}$ Rad. $1\frac{7}{8}$. m̄ rad. $\frac{3}{4}\frac{5}{8}$

AOI 1471607

Digitized by Google